

Die Zündung explosiver Gasgemische beim Bruch von nicht brennenden Leuchtstofflampen

Von W. VERWEIJ

Mit 18 Textabbildungen

(Eingegangen am 1. April 1956)

I. Einleitung

Durch die Entwicklung einer Leuchtstofflampe [1], ohne Vorheizung der Elektroden auf der normalen Netzspannung zündet, wird es ermöglicht, die allgemein bekannten lichttechnischen Vorteile dieser Leuchtungsart auch in Räume mit zündfähigen Gasgemischen, wie z. B. Grubengas und Leuchtgas zu nützen [2]. Unter gewissen Umständen kann bei der normalen Lampenkonstruktion und der Schaltung der „Starter“ (Abb. 1) auch nach dem Brechen der

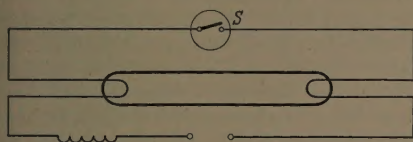


Abb. 1. Leuchtstofflampe in der normalen Schaltung mit Drossel als Vorschaltgerät und Starter S, der nach dem Einschalten der Netzspannung für die erforderliche Vorheizung der Elektroden sorgt.

Lampe der Startmechanismus, der die Elektroden schützt, intakt bleiben, bis eine der schnell im Sauerstoff der Atmosphäre oxydierenden Elektrodenspiralen durchbrennt, unter Bildung einer Flamme, die das explosive Gasgemisch zünden kann (ebenso wie bei einer Glühlampe). Diese Gefahr ist bei der neuen Lampe nicht vorhanden [3]. Die genügend niedrige Zündspannung wird hier durch anbringen eines leitenden Zündstreifens an der Innenseite der Lampe, der mit der einen Elektrode verbunden ist und dicht bei der anderen Elektrode endet, erreicht.

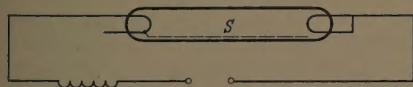


Abb. 2. Schaltung für die ohne Vorheizung der Elektroden auf der normalen Netzspannung zündende Leuchtstofflampe mit leitendem Innenstreifen S.

Vorheizen der Elektrodenspiralen mit allen hieran verbundenen Gefahren, ist hier also nicht nötig. Abb. 2 zeigt die Schaltung einer solchen Lampe. Dadurch, daß der obenbeschriebene Zündmechanismus beim Brechen des Entladungsgefäßes nicht auftreten kann, ist diese Lampe sehr viel sicherer als eine Glühlampe, so daß sie in Mischungen von Luft und Grubengas oder Leuchtgas benützt werden kann, wenn man nur dafür sorgt, daß die Anschlußkontakte gegen Funkenbildung und der Rest der elektrischen Schaltung gegen zu starke Temperaturerhöhung gesichert sind.

Für Deutschland und die Länder, die sich den Deutschen Normen angeschlossen haben, ergibt sich so die Möglichkeit, diese Lampe in Armaturen, die nach dem Prinzip „erhöhter Sicherheit“ konstruiert sind, ohne weiteres zu gebrauchen.

Hierdurch werden die Komplikationen und die hohen Kosten der sog. „druckfesten Kapselung“ vermieden [4].

Eine Lampe dieser Art wird von Philips unter den Namen „TL“X für 20 W und 40 W mit speziellen Kontaktstiften (Abb. 3) für die Verwendung in Armaturen der Bauart erhöhter Sicherheit in Luft mit etwa 50% Wasserstoff und anderen sehr zündfähigen Gasgemischen traten beim Brechen von brennenden Lampen unmittelbar Explosionen auf. Darüber hinaus erhielt man aber in diesen Gemischen sogar Explosionen beim Brechen von Lampen, die überhaupt nicht mit dem Lichtnetze verbunden waren.

Diese neue Anwendungsmöglichkeit der Leuchtstofflampe führte zu weiteren Untersuchungen über das Verhalten dieser Lampe in explosiveren Gasgemischen. Bei diesen Versuchen in Luft mit etwa 50% Wasserstoff und anderen sehr zündfähigen Gasgemischen traten beim Brechen von brennenden Lampen unmittelbar Explosionen auf. Darüber hinaus erhielt man aber in diesen Gemischen sogar Explosionen beim Brechen von Lampen, die überhaupt nicht mit dem Lichtnetze verbunden waren.

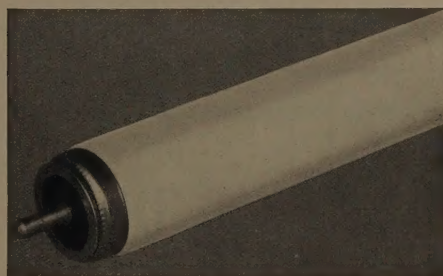


Abb. 3. „TL“X: Schnellstart-Leuchtstofflampe, die ohne Vorheizung der Elektroden auf normaler Netzspannung zündet, mit speziellen Kontaktstiften für die Verwendung in Armaturen der Bauart „erhöhte Sicherheit“ (Philips).

Es liegt natürlich nahe, die Erklärung der Explosionen durch brennende Lampen in der ziemlich langsamen Temperaturabnahme der durch die Entladung erhitzten Elektrodenspirale zu suchen, deren Temperatur nach dem Bruch noch ausreichen kann, um manche Gase zu zünden. Dagegen stand man bei den „kalten Zündungen“ einer neuen und völlig unerwarteten Erscheinung gegenüber, die eine nähere Untersuchung erforderte.

Die nachstehenden Betrachtungen haben insbesondere die Zündung explosiver Gasgemische durch Bruch nicht brennender Leuchtstofflampen zum Gegenstand.

II. Orientierende Untersuchung über die Ursachen der „kalten Zündung“

Das Explosionsgefäß, in dem die Versuche ausgeführt wurden, ist in Abb. 4 skizziert. Es besteht aus einem rechteckigen Behälter von 30 cm Höhe und einem quadratischen Querschnitt von $20 \times 20 \text{ cm}^2$, in dem ein Fallhammer angebracht ist, der durch Freigeben einer Klinke in Bewegung gesetzt wird. An

diesem Behälter ist seitlich ein zylindrisches Rohr angeschweißt, das eine Länge von 100 cm und einen Durchmesser von 12 cm hat und das die Leuchtstofflampe aufnimmt. Das eine Ende ist gerade unter dem Hammer durch einen Holzklotz unterstützt. Das Ende des seitlichen Rohres ist offen. Auch in der Vorderwand des rechteckigen Behälters befindet sich eine runde Öffnung. Beide Öffnungen werden mit einer Cellophanmembran geschlossen und bilden einen Auslaß, damit sich der schnell ansteigende Gasdruck bei einer Explosion ausgleichen kann. Das explosive Gasgemisch wird einige Zeit lang durch das Gefäß geleitet, um die Luft zu verdrängen. Wenn das Gefäß gefüllt ist, wird das Rohr mit dem Hammer zerbrochen, indem die Klinke aus der Ferne freigegeben wird. Bei der Explosion fliegen die Membranen von den Öffnungen und die Flammen schlagen nach außen.

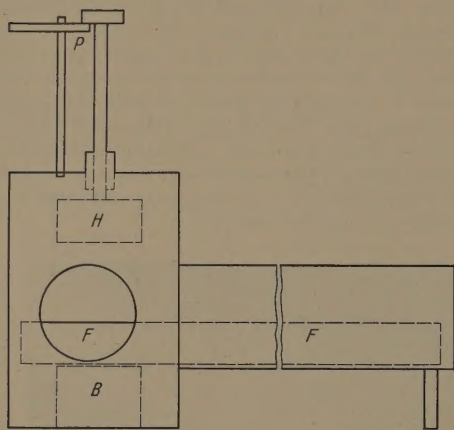


Abb. 4. Explosionsgefäß. Die Leuchtstofflampe *F* liegt mit einem Ende auf dem Klotz *B* unter dem Fallhammer *H*, der durch Auslösen der Klinke *P* in Bewegung gesetzt wird.

Bei Versuchen mit Luft und 45% Wasserstoff in diesem Apparat zündete jede 20-W- und jede 40-W-Lampe das explosive Gas.

Kurze Röhren, die unter dem Hammer fast völlig zersplitterten, zündeten das Gasgemisch nicht.

Ferner wurde untersucht, ob bestimmte Teile der Lampe besonderen Einfluß auf den Zündvorgang hatten. Hierzu wurden Röhren hergestellt, bei denen jeweils ein oder mehrere Einzelteile der Lampenkonstruktion¹ weggelassen wurden: die Wolframelektroden, das Quecksilber (etwa 15 mg), das Fluoreszenzpulver, die Edelgasfüllung (3 Torr Argon). Dabei zeigte sich, daß die Zündung immer ausblieb, wenn kein Edelgas vorhanden war, während bei Anwesenheit von 3 Torr Argon immer Zündung eintrat. Die Anwesenheit der anderen Konstruktionsteile der Lampe innerhalb des Glasrohres hatte keinen Einfluß auf das Ergebnis der Versuche. Das plötzliche Einströmen des explosiven Gases gegen die Edelgasfüllung niedrigen Druckes war anscheinend die Ursache der Zündung. Der Mechanismus konnte dann weiter mit einfachen Glasrohren mit Edelgasfüllung untersucht werden.

¹ Wir wollen hier auf die einzelnen Elemente nicht näher eingehen. Genauere Angaben darüber findet man in der Literatur (z. B. [1]). Die Längen einer 20-W- bzw. 40-W-Lampe sind 60 cm bzw. 120 cm; der Durchmesser in beiden Fällen 38 mm.

Diese Erfahrung ließ uns, und in gleicherweise SELL [5], vermuten, daß das Edelgas durch das einströmende explosive Gasgemisch in das geschlossene Rohrende adiabatisch komprimiert wird und dadurch so hohe Temperaturen annimmt, daß es ausreichend Aktivierungsenergie liefern kann, um das nachströmende explosive Gasgemisch zu zünden.

Diese Annahme wurde noch durch die Tatsache erhärtet, daß beim Brechen der Glasrohre, die mit Luft oder Argon von einigen Torr gefüllt waren, in der Dunkelkammer am geschlossenen Rohrende ein schwacher Lichtblitz wahrzunehmen war, der auf eine örtlich sehr hohe Gastemperatur hinweist. Wenn es auch unmöglich ist, auf Grund dieses einfachen Bildes eine Erklärung der meisten, später zu beschreibenden Erscheinungen zu geben, so führte diese Erklärung, die als unzureichend verworfen werden muß, doch zur Entdeckung eines Mittels, das die Zündung verhindert: ein Bausch feinverteilter Metall- oder Glaswolle, der im geschlossenen Rohrende angebracht war und die Wärme örtlich schnell abführen sollte, verhinderte die „kalte Zündung“ in jedem Fall.

Nach diesem Prinzip ließen sich sogar Leuchtstofflampen herstellen, die in Wasserstoff-Luft-Gemischen keine „kalten Zündungen“ verursachten. Leider kann dieses Mittel die Zündung infolge hoher Kathodentemperatur bei diesen Gasgemischen nicht verhindern, wenn die brennende Lampe zerbricht, so daß es nur von beschränktem Nutzen ist.

III. Die gasdynamischen Erscheinungen beim Einströmen eines Gases in ein Rohr

Die Strömungserscheinungen, die auftreten, wenn ein Gas hohen Druckes plötzlich in ein Rohr mit einer Gasfüllung niedrigen Druckes expandiert, sind bereits verschiedentlich untersucht.

Eine Beschreibung findet man bei BLEACKNEY, WEIMER und FLETCHER [6], die diese Erscheinungen in einem Stoßwellenrohr („shocktube“) untersuchten, d. i. ein gerades, an beiden Enden geschlossenes Rohr, das durch eine Membran senkrecht zur Längsachse in zwei getrennte Räume aufgeteilt ist, die mit Gasen stark unterschiedlichen Druckes gefüllt werden (Abb. 5a). Mit Hilfe der Schlierenphotographie und einer kontinuierlich registrierenden Schnellkamera untersuchten sie die Fortpflanzung der Gleichgewichtsstörungen in dem Gas niedrigen Druckes nach dem Bruch der Membran.

Während sich sehr kleine Gleichgewichtsstörungen in einem Gas als Schallwelle mit der Schallgeschwindigkeit unverzerrt fortpflanzen, die für das Idealgas gegeben ist durch

$$a = \sqrt{k \frac{Ro T}{m}}, \quad (1)$$

worin $k = Cp/Cv$ = Verhältnis der spez. Wärmen,

Ro = universelle Gaskonstante je Grammolekül,

T = absolute Temperatur in ° Kelvin,

m = Molekulargewicht,

treten bei großen Gleichgewichtsstörungen wie in unserem Fall ganz andere Erscheinungen auf.

Abb. 5b zeigt eine graphische Darstellung des Druckverlaufes längs des Rohres kurz vor dem Bruch der Membran ($t = 0$) und in einem Zeitpunkt ($t = t_1$) kurz danach.

Niederdruckgas entsteht nach dem Bruch der Membran eine Kompressionswelle S , die durch das Gas im Hochdruckraum vorwärts getrieben wird. Die Kompressionswelle läuft nach links mit einer Geschwindigkeit, die kleiner ist als die Schallgeschwindigkeit im Niederdruckgas und ist bei $t = t_1$ in E angekommen. Links von E befindet sich das Gas noch in Ruhe. Rechts von E befindet sich das Gas in der Kompressionswelle S , die sich mit konstanter Überschallgeschwindigkeit im Niederdruckgas fortpflanzt, und sich meistens als eine Diskontinuität im Druck, in der Temperatur und der Dichte zu betrachten ist. Die Kompressionswelle ist die Front nicht unendlich steil, und infolge der Wärmeleitung und der Viskosität wird die Front allmählich abgerundet. Abb. 5c zeigt den zeitlichen Verlauf der Fortpflanzung der Stoßwelle, der Kältefront und der Kompressionswelle längs des Rohres. Die Stoßwelle wird am Rohrende reflektiert und komprimiert und das Gas vor der Kältefront nochmals. Wenn die Kompressionswelle die Kältefront trifft, tritt an ihr eine Reflexion ein, und weiter bildet sich eine neue Kompressionswelle in das kalte nachströmende Gas durchgehende Welle. Die weiteren Erscheinungen verlaufen ähnlich.

Die quantitative Beschreibung einer Stoßwelle ist Hilfe der Gleichungen von RANKINE und HUGONOT möglich. Wir bezeichnen Druck und Temperatur des Gas vor der Stoßfront mit p_1 und T_1 , das Gas nach der Stoßfront mit p_2 und T_2 , die Geschwindigkeit der Stoßwelle mit U , und schreiben

$$\frac{T_2}{T_1} = \Theta, \quad \frac{p_2}{p_1} = \Pi, \quad M = \frac{U}{a}, \quad (2)$$

wo M die Geschwindigkeit der Stoßwelle in Mach-Einheiten darstellt. Dann gilt

$$\Theta = \Pi \frac{\Pi + \gamma}{\gamma \Pi + 1} \quad (3)$$

$$M^2 = \frac{\gamma \Pi + 1}{\gamma + 1}, \quad (4)$$

wo γ von der Gasart abhängt:

$$\gamma = \frac{2 C_v}{R_0} + 1 = \frac{k + 1}{k - 1}. \quad (5)$$

Für ein Edelgas ist $k = 5/3$, also $\gamma = 4$, für zweiatomige Gase ist $k = 7/5$, $\gamma = 6$.

Wenn die drei Größen Π , M und Θ gegeben, dann kann man die beiden anderen bei festem γ durch (3) und (4) berechnen.

Die Temperaturerhöhung Θ und die Mach-Zahl M einer Stoßwelle in einem einatomigen Gas als Funktion des Druckverhältnisses Π ; Θ_{ad} zeigt die Temperaturerhöhung bei adiabatischer Kompression mit dem Druckverhältnis Π .

nimmt bei fester Anfangstemperatur T_1 stark mit Π zu, und zwar schneller als bei adiabatischer Kompression. Die hierbei gebrauchte Annahme, daß die spez. Wärmen nicht von der Temperatur abhängen gilt für eine Anfangstemperatur von 300°K bis zu einem Wert von $\Pi = 100$ (vgl. [9]).

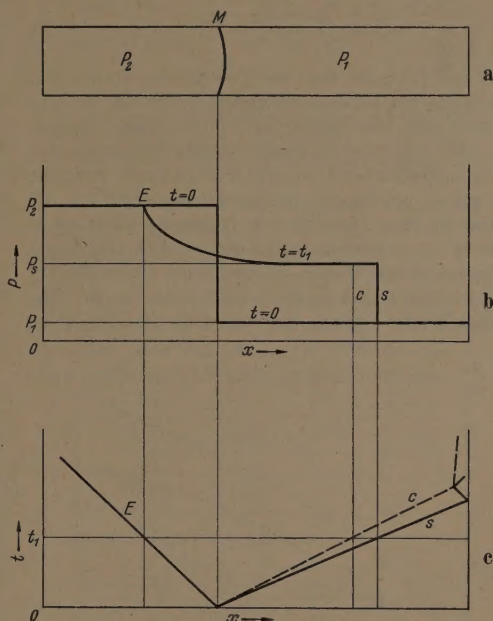


Abb. 5a. Stoßwellenrohr, durch die Membran M in zwei Räume aufgeteilt, die mit Gasen sehr unterschiedlichen Druckes p_1 und p_2 gefüllt sind ($p_2 > p_1$).

Abb. 5b. Druckverteilung im Stoßwellenrohr (Abb. 5a) unmittelbar vor dem Bruch ($t = 0$) und danach im Zeitpunkt $t = t_1$.

Abb. 5c. Fortpflanzung der Stoßwelle S , der kalten Front C und der Expansionswelle E im Stoßwellenrohr nach dem Bruch der Membran.

Wenn sich jedoch Π der 1 nähert, also bei sehr schwachen Kompressionswellen, nähert sich (3) der adiabatischen Zustandsgleichung, wie sich auch aus Abb. 6 ergibt. Gleichzeitig nähert sich M der 1, also

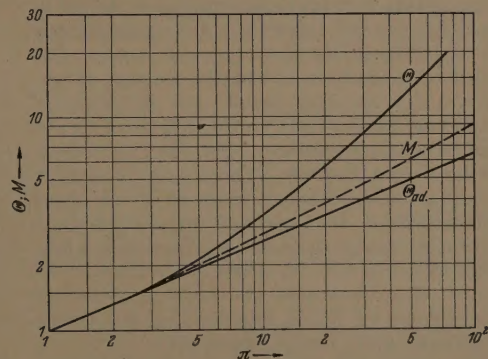


Abb. 6. Temperaturerhöhung Θ und MACH-Zahl M einer Stoßwelle in einem einatomigen Gas als Funktion des Druckverhältnisses Π ; Θ_{ad} zeigt die Temperaturerhöhung bei adiabatischer Kompression mit dem Druckverhältnis Π .

der Schallgeschwindigkeit. Hier zeigt sich also, wie die Theorie für infinitesimalen Gleichgewichtsstörungen die normale Schallfortpflanzung beschreibt.

Für ebene Reflexion am Rohrende findet man analog zu (3) für die zusätzliche Temperaturerhöhung des

Gases vor der Kontaktdiskontinuität

$$\Theta_r = \Pi_r \frac{\Pi_r + 1}{\gamma \Pi_r + 1} \quad (6)$$

Hierin ist Π_r die Druckerhöhung an der reflektierten Welle. Diese Größe hängt nach [8] von Π ab:

$$\Pi_r = \frac{(2 + \gamma)\Pi - 1}{\Pi + \gamma} \quad (7)$$

Mit (6) und (7) kann man die Temperatur in der Reflexionswelle bei jeder einfallenden Stoßwelle berechnen. Man muß sich hierbei jedoch vor Augen halten, daß es sich nur um eine sehr grobe Schätzung der wirklich auftretenden Temperaturerhöhungen handelt, wenn, wie es bei Leuchtstofflampen der Fall ist, die Reflexion an dem nicht ebenen Rohrende stattfindet. Außerdem ist zu erwarten, daß die wirklich auftretenden Temperaturen in der reflektierten Stoßwelle erheblich niedriger sind als die berechneten, da die Einflüsse der Wärmeleitung, der Viskosität und der Tem-

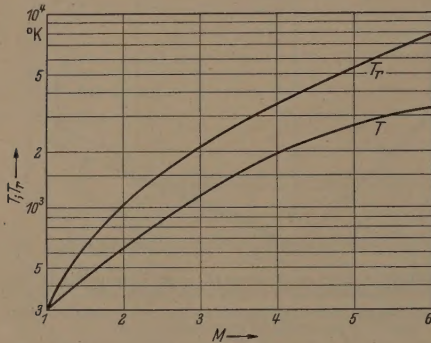


Abb. 7. Temperatur in der Stoßwelle vor und nach der Reflexion (T bzw. T_r) als Funktion der Geschwindigkeit der Stoßwelle (M) bei der Anfangstemperatur 300°K .

peraturabhängigkeit von k vernachlässigt sind. Abb. 7 gibt die theoretischen Temperaturwerte der ursprünglichen und der reflektierten Stoßwelle in Edelgas als Funktion der MACH-Zahl der ursprünglichen Stoßwelle für den Fall wieder, daß die Anfangstemperatur T_1 300°K beträgt.

Schließlich muß noch untersucht werden, in welcher Weise der Anfangszustand, also die Anfangsdrücke und die Art der Gase, die beim Einströmen auftretende Stoßwelle bestimmen. Für das lineare Stoßwellenrohr zeigten RESLER, SHAO-CHI LIN und KANTROWITZ [9], wie die MACH-Zahl der Stoßwelle durch die Anfangsdrücke, das Verhältnis der spez. Wärmen $k = Cp/Cv$ der beiden Gase und das Verhältnis α ihrer Schallgeschwindigkeiten im ungestörten Zustand bestimmt ist. Bezeichnet man den Anfangszustand des Hochdruckgases mit p_2 , k_2 und m_2 , den des Niederdruckgases mit p_1 , k_1 und m_1 , dann gilt

$$\frac{p_2}{p_1} = \left[\frac{2k_1}{k_1 + 1} M^2 - \frac{k_1 - 1}{k_1 + 1} \right] \times \left[1 - \frac{k_2 - 1}{k_1 + 1} \alpha \left(M - \frac{1}{M} \right) \right]^{-\frac{2k_2}{k_1 - 1}} \quad (8)$$

worin

$$\alpha = \frac{a_1}{a_2} = \sqrt{\frac{k_1 m_2}{k_2 m_1}} \quad (9)$$

wenn die ungestörten Gase gleiche Temperatur haben. Bezüglich der Ableitung dieser Gleichung sei auf die Veröffentlichung [9] verwiesen. Nimmt man nun an, daß die Füllung aus einem einatomigen Gas besteht z. B. einem Edelgas mit $k_1 = 5/3$ bei einem Fülldruck von p_1 Torr, und das explosive Gas hauptsächlich zweiatomig ist mit $k_2 = 7/5$ bei atmosphärischem Druck (760 Torr), dann ergibt (8)

$$p_1 = \frac{3040}{(5M^2 - 1)} \left[1 - \frac{3}{20} \left(M - \frac{1}{M} \right) \alpha \right]^7 \quad (10)$$

und

$$\alpha = 1,09 \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \quad (11)$$

Abb. 8 zeigt die graphische Darstellung von (10): in das Diagramm, in dem α über p_1 aufgetragen ist, sind

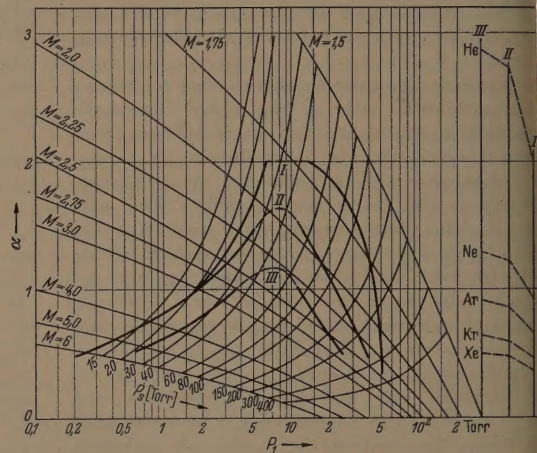


Abb. 8. α - p_1 -Diagramm für die Einströmung eines zweiatomigen Gases von 1 at gegen eine Edelgasfüllung von niedrigem Druck p_1 . Gezeichnet sind:
a. eine Kurvenschar mit konstantem M , also konstanter Temperatur der Stoßwelle vor und nach der Reflexion.
b. eine Kurvenschar mit konstantem Druck p_1 .
c. experimentell gefundene Zündgrenzen beim Bruch von Glasrohren (ohne Fluoreszenzpulver) in drei explosiven Gasgemischen.
d. Molekulargewichtsskala für diese explosiven Gase und für Luft. Diese Zündgrenzen und Molekulargewichtsskalen gelten für:
Luft mit 45% Wasserstoff : Grenzkurve I, Skala I
Luft mit 20% Leuchtgas : Grenzkurve II, Skala II
Luft mit 10% Methan : Grenzkurve III, Skala III
Luft : Skala IV.
Der gestrichelte Teil der Kurve I wurde durch das leichteste, existierende Edelgas bestimmt (He, $m = 4$). Die gestrichelten Scheitel der Kurven II und III wurden nicht durch Versuche genau bestimmt, sondern teilweise abgeschätzt.

Linien mit konstantem M eingezeichnet. Tabelle I gibt die zugehörigen Temperaturen in $^\circ \text{K}$ der Stoßwelle und der Reflexionswelle, die durch M nun eindeutig bestimmt sind, wenn die Anfangstemperatur 300°K beträgt. Man erkennt, daß die Stoßwellengeschwindigkeit in MACH-Einheiten und damit die Temperatur der Stoßwelle und der Reflexionswelle bei konstantem Fülldruck mit abnehmendem α , und bei konstantem α

Tabelle I. Temperatur der Stoßwelle und der Reflexionswelle in Edelgas vom Zimmertemperatur (300°K) für verschiedene MACH-Zahlen M

M	T_s $^\circ \text{K}$	T_r $^\circ \text{K}$	M	T_s $^\circ \text{K}$	T_r $^\circ \text{K}$
1,5	450	617	2,75	983	1820
1,75	525	830	3,0	1130	2140
2,0	624	1020	4,0	1790	3580
2,25	732	1270	5,0	2610	5490
2,5	848	1530	6,0	3570	7680

abnehmendem Fülldruck zunimmt. Bei konstantem Molekulargewicht des Gases außerhalb des Rohres nimmt die Temperaturen bei konstantem Fülldruck mit zunehmendem Molekulargewicht der Edelgasfüllung, und bei konstantem Molekulargewicht des Edelgases mit abnehmendem Fülldruck zu.

Ferner sind diese Temperaturen bei konstantem Molekulargewicht und Fülldruck des Edelgases in dem Maße höher, wie das Gas außerhalb des Rohres kälter ist.

Jede Edelgasfüllung, die, abgesehen von möglichen Schwierigkeiten mit Rücksicht auf die Forderungen der Gasentladung, in der Röhre vorgesehen werden kann, läßt sich in Abb. 8 durch einen Punkt (p_1) angeben. Die Skalen rechts in Abb. 8 geben für einige Außengase die Lage der Edelgase längs der Achse an.

Man erkennt, daß bereits bei ziemlich kleinen MACH-Zahlen Temperaturen auftreten, die im allgemeinen die Zündung von explosiven Gasgemischen für ausreichend gehalten werden können, insbesondere in der reflektierten Stoßwelle.

Eine andere Größe, die weiterhin von Bedeutung ist, ist der Druck des stauenden (explosiven) Gases hinter der kalten Front. Dieser Druck ist im α - p_1 -Diagramm in jedem Punkt durch $p_s = II \cdot p_1$ bestimmt, worin II aus den bereits bekannten Werten von M mit Abb. 6 zu finden ist. In Abb. 8 sind die Linien mit konstantem p_s in der zweiten Kurvenschar gegeben: von links oben (großes α , kleines p_1) nach rechts unten (kleines α , großes p_1) nimmt der Druck des nachströmenden Gases zu.

V. Experimentelle Prüfung der Einströmungstheorie

Da die obenbeschriebene Theorie verschiedene vereinfachende Voraussetzungen, insbesondere die lineare Behandlung des in unserem Fall dreidimensionalen Expansionsgebietes, enthält, haben wir eine Reihe von Messungen ausgeführt, um zu untersuchen, inwieweit die theoretisch bestimmten Stoßwellengeschwindigkeiten mit denen übereinstimmen, die beim plötzlichen Einströmen aus einem dreidimensionalen Raum in ein gerades Rohr auftreten, dessen Abmessungen mit denen einer 40-W-Leuchtstofflampe vergleichbar sind.

Das Versuchsrohr (Abb. 9) ist ein Stahlrohr von 1 m Länge und 34 mm Innendurchmesser, das an einem Ende durch einen flachen Kolben und am anderen Ende durch einen Cellophanfilm verschlossen ist, der zwischen Gummipackungen unter einen Flansch auf das Rohr geklemmt ist. Das Rohr ist vakuumdicht und steht mit einer Pumpe, einigen Ballons mit Edelgas für die Gasfüllung und einem Manometer in Verbindung. In der Röhrenwand sind vakuumdicht vier Elektroden angeordnet, die gegen das Rohr elektrisch isoliert sind und einander zu zwei und zwei diametral gegenüberliegen.

Zwischen jedem Elektrodenpaar kann bei niedrigem Druck eine Glimmentladung in der Edelgasfüllung unterhalten werden, von denen jede einen eigenen sehr großen Stabilisierungs-Widerstand besitzt, während ein gemeinsamer Kathodenwiderstand vorgesehen ist (Abb. 10). Die Ströme der beiden Entladungen werden ungefähr auf gleiche Größe eingestellt. Die Spannung am gemeinsamen Kathodenwiderstand wird über einen Verstärker den Vertikal-Ablenkplatten einer Ka-

thodenstrahlröhre zugeführt und der zeitliche Spannungsverlauf nach dem Durchstechen der Membran von einer mit konstanter, bekannter Geschwindigkeit laufenden Trommelkamera photographisch registriert (Abb. 11).

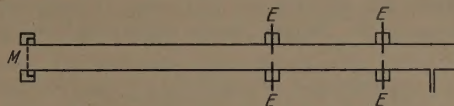


Abb. 9. Schematische Darstellung des Stoßwellenrohres, mit dem die Geschwindigkeitsmessungen ausgeführt wurden. Das Rohr kann an einem Ende durch eine Membran M geschlossen werden. Zwei Elektrodenpaare E dienen für Glimmentladungen, die durch ihr Erlöschen das Passieren der Stoßwelle anzeigen.

Bei richtiger Einstellung der Glimmentladungen kann man erreichen, daß sie beim Passieren der Stoßwellenfront kurz nacheinander erlöschen. Der Strom im gemeinsamen Kathodenwiderstand fällt dann zweimal scharf ab. Die Geschwindigkeit der Stoßwelle gegenüber dem Rohr konnte aus der Zeitdifferenz zwischen dem Erlöschen der Glimmentladungen und ihrem Abstand (25 cm) berechnet werden.

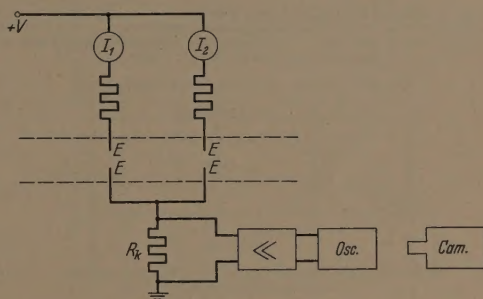


Abb. 10. Schematische Darstellung der elektrischen Schaltung für die Zeitmessung.

Die zugehörigen MACH-Zahlen wurden aus der mit (1) berechneten Schallgeschwindigkeit ermittelt. Auf diese Weise wurden mit Luft als einströmendem Gas Messungen ausgeführt, bei denen entlang zweier Geraden im α - p_1 -Diagramm (Abb. 8), gearbeitet wurde: zuerst bei konstantem Druck $p_1 = 3,5$ Torr für He, Ne, Ar und Xe und dann bei konstantem $\alpha = 0,93$

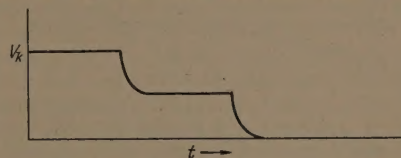


Abb. 11. Schematische Darstellung des zeitlichen Spannungsverlaufes am Kathodenwiderstand R_k während des Einströmvorganges.

(Argon) für verschiedene Drücke (1 bis 35 Torr). Die Ergebnisse sind in Abb. 12 und 13 wiedergegeben. Die ausgezogenen Kurven stellen hier den auf Grund der linearen Theorie vorausgesagten Verlauf von M dar.

Man erkennt, daß die Übereinstimmung zwischen der Theorie und dem Experiment im allgemeinen befriedigend ist, und zwar um so besser, je größer der Stoßwellendruck p_s ist (Abb. 14). Wenn der theoretische Wert von p_s kleiner wird als 25 mm Hg, überschreitet die Abweichung 15%. Diese Zunahme des Fehlers mit abnehmendem p_s macht es wahrschein-

lich, daß wir es hier tatsächlich mit einer Folge der nicht ganz angemessenen Beschreibung des Nachströmgebietes zu tun haben, wodurch der Fehler um so mehr ins Gewicht fällt, je größer der Druckunterschied im Expansionsgebiet wird. In dem Gebiet der p_s -Werte, das sich für uns als wichtig herausstellen wird, ergibt die Theorie jedoch ein brauchbares Resultat.

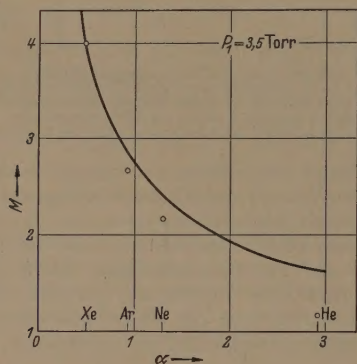


Abb. 12. Gemessene MACH-Zahlen beim Einströmen von Luft gegen verschiedene Edelgase (Xe, Ar, Ne, He) bei konstantem Fülldruck $p_f = 3,5$ Torr. Die gemessenen Werte sind mit \circ bezeichnet. Die ausgezogene Kurve gibt den theoretischen Zusammenhang wieder.

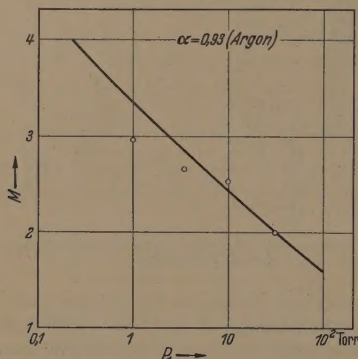


Abb. 13. Gemessene MACH-Zahlen beim Einströmen von Luft gegen Argon bei verschiedenen Fülldrücken. Die gemessenen Werte sind mit \circ bezeichnet, die ausgezogene Kurve stellt den theoretischen Zusammenhang dar.

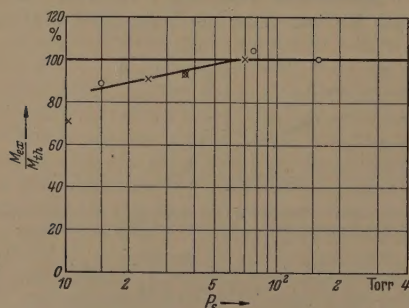


Abb. 14. Vergleich der experimentell gefundenen Stoßwellengeschwindigkeiten M_{ex} mit den theoretischen Werten M_{th} beim Einströmen von Luft gegen ein Edelgas.

Die Beobachtungen bei konstantem Fülldruck p_f (Abb. 2) sind mit \times bezeichnet, die mit Argon bei verschiedenen Drücken (Abb. 3) mit \circ .

V. Zündgrenzen

Da die bei der Strömung auftretenden Drücke und Temperaturen völlig durch den Fülldruck und die Werte von α bestimmt sind, also bei einem bestimm-

ten explosiven Gasmisch durch das Molekulargewicht der Edelgasfüllung und durch den Fülldruck, ist zu erwarten, daß das Zündverhalten eines explosiven Gases durch α und p_f bestimmt ist, also von der Lage im α - p_f -Diagramm abhängig ist. Aus einer großen Anzahl von Versuchen, bei denen Glasrohre mit den Abmessungen der 40-W-Leuchtstofflampen mit verschiedenen Edelgasfüllungen in der schon beschriebenen Weise in explosiven Gasen zerbrochen wurden, ergab sich, daß es möglich war, für jedes der untersuchten explosiven Gasmische ein bestimmtes, scharf umgrenztes Gebiet im α - p_f -Diagramm anzugeben, in dem bei jedem Versuch Zündung eintrat, während außerhalb davon keine Zündung festgestellt wurde. Nur in einem ziemlich schmalen Streifen waren die Ergebnisse unsicher. Für Gemische aus Luft mit 45% Wasserstoff wurden diese Grenzen für 15 verschiedene Werte von α für die fünf Edelgase und Gemische aus Helium mit Argon und Helium mit Neon bei etwa gleichmäßiger Verteilung längs der α -Achse zwischen $\alpha = 0,3$ (Xenon) und $\alpha = 2,06$ (Helium) bestimmt. Für jedes α wurden zwei Druckgrenzen gefunden, zwischen denen die Zündungen begrenzt blieben. Die Druckgrenzen lassen sich im α - p_f -Diagramm bei den verschiedenen Werten von α zu fortlaufenden Kurven verbinden, in Abb. 8 mit I bezeichnet. Rechts in der Abbildung ist das Molekulargewicht aufgetragen (Skala I).

Durch Vergleich der Versuche mit Helium-Argon-Gemischen und Helium-Neon-Gemischen ergab sich, daß die Grenzen nur durch das mittlere Molekulargewicht bestimmt wurden: zwei Edelgasgemische mit demselben mittleren Molekulargewicht, aber aus Helium mit verschiedenen schwereren Edelgasen zusammengesetzt, ergaben dieselben Zündgrenzen. Bei allen untersuchten Molekulargewichten traten in einem bestimmten Druckgebiet Zündungen ein, wenn dieses Gebiet bei den kleinen Molekulargewichten auch viel kleiner ist als bei den großen. Die bei Leuchtstofflampen gebräuchliche Gasfüllung von ungefähr 3 mm Argon liegt innerhalb des Zündbereiches.

Die für Gasmische aus Luft mit 20% Leuchtgas mit blanken Rohren gefundene Grenzkurve ist in Abb. 8 durch Kurve II (Molekulargewichtsskala II) dargestellt. Auch hier liegt die Füllung der Leuchtstofflampen innerhalb des Zündbereiches. Der Scheitel des Zündbereiches wurde hier nur grob bestimmt.

Das für diese Versuche benutzte Leuchtgas ist das in Eindhoven von den Staatlichen Bergwerken gelieferte. Die Zusammensetzung ist in Tabelle II angegeben. Da die Zusammensetzung von „Leuchtgas“ örtlich und zeitlich im allgemeinen große Schwankungen aufweist, kann dem gefundenen Zündbereich keine allgemeine Gültigkeit zugeschrieben werden. Wohl gehört wahrscheinlich das benutzte Gas wegen seines ziemlich hohen Gehaltes an Wasserstoff zu den gefährlicheren Sorten.

Tabelle II. Zusammensetzung des benutzten Leuchtgases

H ₂	60,3%
CH ₄	24,8%
CO	5,2%
CO ₂	1,5%
N ₂	6,3%
O ₂	0,4%
schwere Kohlenwasserstoffe	1,5%
	100 %

in einem Gemisch von Luft mit 10% Methan wurden Versuche mit Argon ($m = 40$), einem Gemisch aus Luft mit 50% Krypton ($m = 62$), Krypton ($m = 84$) und Xenon ($m = 130$) ausgeführt und ein noch bestimmter Zündbereich gefunden. Auch in diesem Gemisch wurden mit 3 Torr Argon Zündungen gefunden (Abb. 8, Kurve III, Molekulargewichtsskala III).

VI. Erklärung der Zündgrenzen

Abgesehen davon, was man über die Rolle der Stoßwelle bei der Fortpflanzung von Detonationswellen weiß [10], gibt die Literatur nur wenige Hinweise über die Zündung von explosiven Gasen durch Stoßwellen. PHARD [11] zündete Gemische aus Methan und Sauerstoff mit Sauerstoff von atmosphärischem Druck im Stoßwellenrohr durch einströmende Luft mit höherem Druck. Er stellte bei den meisten explosiven Gasen Zündung bei Drücken von 3 bis 4 at im Hochdruckraum fest. Er zeigte, daß die Zündung bereits vor der Reflexion am Rohrende durch die — in diesem Fall im explosiven Gas verlaufende — Stoßwelle stattfindet.

In unserem Fall verläuft die Stoßwelle jedoch im Gas, während das explosive Gas hinter der Kontakt-diskontinuität nachströmt, so daß die Übertragung der Aktivierungsenergie zum explosiven Gas hier geringer ist. Es scheint hier sehr unwahrscheinlich, daß die Stoßwelle zündet, bevor die Reflexion am Rohrende das nachströmende Gas angenähert zur Ruhe gebracht hat und erneut Reflexion an der Kontakt-diskontinuität eingetreten ist. Die Versuche mit den Tropfen am Rohrende (II) und der Erweiterungen am Rohrende (siehe weiter hinten in VII) bestätigen die Annahme, daß in unserem Fall die Energieübertragung auf das nachströmende Explosivgas erst nach der Reflexion ausreichend ist, um die Zündung zustande zu bringen. Aus der älteren Literatur ist uns nur ein Fall bekannt, in dem unter denselben Umständen Zündung eintrat: WHITE und PRICE [12] fanden Zündung bei Wasserstoff-Luft-Gemischen, die sie aus einem Vorratsgefäß bei einem Druck von 1 at schnell in ihr bis unter 0,1 Torr evakuiertes, rohrförmiges Explosionsgefäß strömen ließen, selbst wenn dies Zimmertemperatur hatte. Sie stellten fest, daß die Zündung innerhalb 5 cm vom Ende ihres 50 cm langen Rohres stattfand und daß eine weiche Lederscheibe oder ein Pfropfen Baumwolle am Rohrende die Zündung verhindern konnte. Sie schrieben diese Zündung dem „Stoß“ zu, der durch das schnelle Stoppen des in das evakuierte Rohr einströmenden Gases verursacht wird.“

Es leuchtet ein, daß die Temperatur der Stoßwelle vor und nach der Reflexion in großen Bereichen des α - p_1 -Diagrammes, auch außerhalb des Explosionsgebietes, sicher für hoch genug gehalten werden kann, um die im allgemeinen für die Zündung erforderliche Aktivierungsenergie zu liefern. Daß die Zündungen auf ein sicher begrenztes Gebiet des α - p_1 -Diagrammes beschränkt bleiben, erfordert nun eine nähere Erklärung.

Während der kurzen Zeit, in der die am Rohrende durch Wärmeleitung verlorengelassene thermische Energie zur Verfügung steht, ist der Druck des explosiven Gasgemisches im Rohr zur Hauptsache durch den Druck p_s der einfallenden Stoßwelle, gegeben. Dies ist die zweite Größe, die neben der Temperatur das Zündverhalten bestimmt.

Achtet man nun zunächst beim Wasserstoff-Luft-Gemisch auf den Verlauf der Zündgrenzen in Abb. 8 gegenüber den Linien der konstanten Temperatur der Stoßwelle (oder Reflexionswelle) und den Linien konstanten Druckes p_s , dann erkennt man, daß der gesamte Zündbereich im Gebiet niedrigen Druckes liegt und zwischen zwei Kurven eingeschlossen ist:

1. der unteren Zündgrenze, die ungefähr einer Linie konstanten Druckes p_s folgt; der Druck p_s längs dieser Grenze beträgt bei niedrigen Stoßwellentemperaturen ungefähr 27 Torr. Er nimmt mit zunehmender Temperatur langsam ab.

2. der oberen Zündgrenze längs deren der Druck stark mit zunehmender Stoßwellentemperatur ansteigt.

In Abb. 15 ist für das untersuchte Gemisch aus Luft und 45% Wasserstoff graphisch dargestellt, wie die theoretisch bestimmte Reflexionstemperatur T_r und der Druck p_s längs der Zündgrenze verlaufen. Die anderen untersuchten Gemische zeigen Zündgrenzen ähnlicher Form.

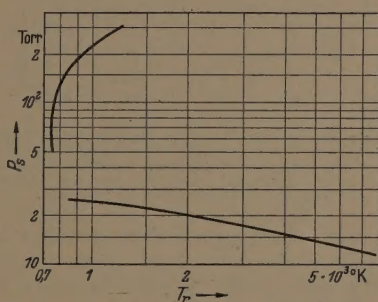


Abb. 15. Grenzen der gasdynamischen Zündung bei Luft mit 45% H_2 im p_s - T_r -Diagramm.

Wenn auch in der Literatur wenig Unterlagen über die Zündgrenzen bei niedrigem Druck zu finden sind, die sich direkt auf unsere Gegebenheiten anwenden lassen, so entdeckt man doch unter völlig anderen Umständen ähnliche Verhältnisse und experimentelle Ergebnisse, die eine Erklärung der gefundenen Zündgrenzen ermöglichen.

Es ist bekannt, daß das Auftreten spontaner Explosionen in Gefäßen mit explosivem Gas bei erhöhter Temperatur durch den Druck und die Temperatur bestimmt ist und daß sich bei niedrigem Druck zwei Zündgrenzen angeben lassen, die das Gebiet umgrenzen, auf das die spontanen Explosionen bei einer gegebenen Temperatur beschränkt bleiben.

LEWIS und VON ELBE [13] beschreiben einen solchen Fall für ein Gemisch aus Wasserstoff und Sauerstoff. In der ihrem Buch entnommenen Abb. 16 sind die Explosionsgrenzen graphisch dargestellt. Bei einer bestimmten Temperatur bleibt die Zündung bei sehr niedrigem Druck aus, wenn der Diffusionsverlust an der Wand die Bildung aktiver Kettenreaktionsträger übertrifft. Bei kontinuierlicher Erhöhung des Druckes nehmen die Verluste an der Wand ab, bis die Bildung und der Verlust bei einem bestimmten Druck, der Explosionsgrenze, einander gerade gleich werden. Bei noch höherem Druck übertrifft die Bildung die Wandverluste. Die Konzentration der Reaktionsträger nimmt kumulativ sehr schnell zu, und die Explosion erfolgt.

In einem bestimmten Druckbereich findet man auf diese Weise spontane Zündung, bis bei höheren Drücken (in der Größenordnung von etwa 50 Torr) neue Verluste in dem Volumen, dessen Frequenz mit dem Gasdruck zunimmt, eine Rolle zu spielen beginnen und die über einem bestimmten Druck, der zweiten Explosionsgrenze, die Bildung von Reaktionsträgern über-

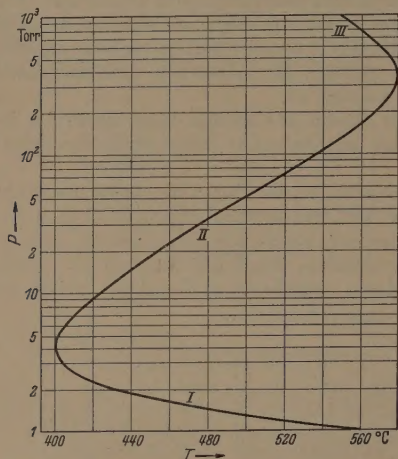


Abb. 16. Grenzen der spontanen, thermischen Explosion für ein stöchiometrisches Gemisch aus Luft und Wasserstoff in einem kugelförmigen, innen mit KCl bedeckten Gefäß von 7,4 cm Durchmesser. Bei niedrigem Druck bleiben die Explosionen auf eine „Halbinsel“ zwischen der ersten und der zweiten Explosionsgrenze beschränkt (I bzw. II) (nach [13]).

treffen. Druck und Temperatur längs dieser Explosionsgrenze verlaufen in analoger Weise, wie an unseren Zündgrenzen in Abb. 15, wenn die Temperaturen in unserem Fall auch viel höher liegen.

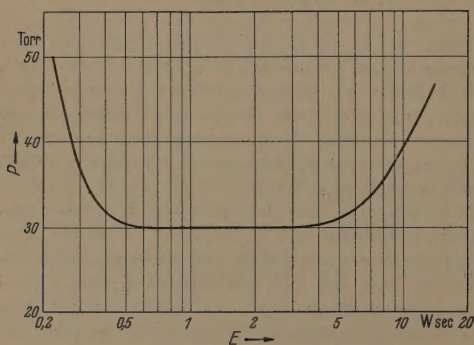


Abb. 17. Bestimmung des unteren Grenzdruckes bei Funkenzündung von Luft mit 45% Wasserstoff in einem Glasrohr mit einem Innendurchmesser von 3,8 cm. Der niedrigste Druck, bei dem Zündung eintritt, ist als Funktion der Funkenenergie E dargestellt.

Diese qualitative Übereinstimmung läßt vermuten, daß die von uns gefundenen Zündgrenzen im Wesen durch dieselben Erscheinungen bestimmt sind, die bei der spontanen Zündung beschrieben wurden. Ob das adiabatisch gekühlte und auf p_s expandierte Gas in unserem Fall zu einer explosiven Reaktion aktiviert wird, hängt außer von der in der hohen Temperatur der reflektierten Stoßwelle verfügbaren Aktivierungsenergie von dem Druck p_s des nachströmenden Gases ab: ist er bei einer gegebenen Temperatur zu niedrig, dann sind die Wandverluste groß, ist er dagegen zu hoch, dann überwiegen die Volumenverluste die akti-

ven von Reaktionsträger. Daher ist nur in einem zwischenliegenden Druckgebiet Zündung möglich.

Die Ursache, daß die hier erforderlichen Temperaturen erheblich höher sind als die, welche für die spontane Zündung eines erhitzten explosiven Gases nötig sind, ist darin zu suchen, daß die im Edelgas verfügbare thermische Energie über die Kontaktdiskontinuität auf das explosive Gas übertragen werden muß. Der Wirkungsgrad ist dadurch verglichen mit dem vorigen Fall hier nur sehr gering.

Die Tatsache, daß das nachströmende Gas im niedrigem Druck im Rohr durch die örtlich vorhandene Zündenergie der reflektierten Stoßwelle an der Kontaktdiskontinuität gezündet wird, läßt ferner vermuten, daß mit den Zündgrenzen ein Zusammenhang besteht, die in Rohren bei der Funkenzündung von explosiven Gasen mit niedrigem Druck gefunden werden. Es ist bekannt, daß dabei untere Explosionsgrenzdrücke gefunden werden, die in einem bestimmten Bereich von der Größe der Energie im Funken unabhängig sind und mit der Art des explosiven Gases zusammenhängen: unterhalb dieser Druckgrenze kann sich die Flamme nicht im Rohr fortpflanzen. Für die unteren Explosionsgrenzdrücke ergeben sich Werte, die im allgemeinen von verschiedenen experimentellen Umständen, u. a. dem Rohrdurchmesser, abhängen, jedoch bei Durchmessern von einigen Zentimetern, der Größenordnung von einigen 10^2 Torr liegen¹.

Wir haben Messungen mit horizontal aufgestellten Glasrohren ausgeführt, die gleichen Durchmesser und gleiche Länge hatten wie die 40-W-Leuchtstofflampen. Einige Zentimeter vom Ende waren zwei Wolframelektroden mit einem Elektrodenabstand von 2 bis 10 mm eingeschmolzen; am anderen Ende stand das Rohr mit Vakuumpumpe, Manometern und einem Füllsystem für die zu untersuchenden explosiven Gasgemische in Verbindung. Über die Elektroden wurde ein Kondensator entladen, der über einen sehr großen Widerstand geladen wurde, bis Überschlag an den Elektroden eintrat. Die Entladungsenergie ließ sich durch Ändern der Größe des Kondensators variieren. Die Spannung war stets die Durchschlagsspannung des Gases im Rohr. Diese Spannung sowie die Restspannung nach dem Überschlag wurde an einem elektrischen Voltmeter abgelesen. Durch wiederholte Versuche wurde der niedrigste Druck bestimmt, bei dem sich die Flamme im Rohr noch bis zum anderen Ende fortpflanzte. Bei nur geringfügig niedrigeren Drücken war die Flamme im Rohr stark gedämpft oder konnte überhaupt nicht wahrgenommen werden. Der Unterschied der Drücke vor und nach dem Überschlag nahm dann auch schnell ab. In der Gegend von etwa 1 Wsec Funkenenergie blieb der so gefundene Grenzdruck in einem bestimmten Bereich der Funkenenergie konstant; bei niedrigeren und höheren Funkenenergien wurden stets höhere Grenzdrücke festgestellt.

Abb. 17 zeigt das Ergebnis der Messungen mit einem Gemisch aus Luft und 45% Wasserstoff. Der Druck im flachen Minimum dieser Kurve ist der untere Explosionsgrenzdruck des untersuchten Gases. Weitere Messungen wurden mit Gemischen aus Luft mit Wasserstoff, Methan und Leuchtgas durchgeführt. Bei Luft mit 45% Wasserstoff lag der untere Explosions-

¹ Eine ausführliche Diskussion von solchen Explosionsgrenzen findet man bei J. DROP [14] und A. J. DIJKSMAN [15].

enzdruck bei 30 Torr. Bei größerem Wasserstoffgehalt zeigte sich, daß dieser Grenzdruck schnell anstieg. Bei kleinerem Wasserstoffgehalt stellt man zunächst eine geringe Abnahme bis ungefähr 30% fest, dann einen geringen Anstieg bis ungefähr 20%. Bei noch kleinerem Prozentsatz nimmt der untere Explosionsgrenzdruck wieder schnell zu. Bei Luft mit 10% Methan lag der untere Explosionsgrenzdruck bei 47 Torr, in Wert, der bei diesem Mischungsverhältnis gleichzeitig das Minimum darstellte. Der Grenzdruck steigt mit zu- oder abnehmendem Methangehalt schnell. Bei Luft mit 20% Leuchtgas liegen die Verhältnisse ebenso. Der untere Explosionsgrenzdruck wurde mit 4 Torr gemessen.

Vergleicht man nun die so gefundenen unteren Explosionsgrenzdrücke mit den Werten von p_2 längs der unteren Zündgrenzen im α - p_1 -Diagramm (Abb. 8), dann findet man bei jedem der drei untersuchten Gasgemische eine überraschend gute Übereinstimmung.

Obwohl es wahrscheinlich ist, daß zwischen den so gefundenen unteren Grenzdrücken bei Funkenzündung und bei Zündung durch die hohe Stoßwellentemperatur eine weitgehende Analogie besteht, so darf man sich durch die gute quantitative Übereinstimmung jedoch nicht dazu verleiten lassen, die Vorgänge als identisch zu betrachten. Während man bei Luft mit 45% Wasserstoff in beiden Fällen einen Grenzdruck von etwa $1/30$ at feststellt, befindet sich das explosive Gas in ganz unterschiedlichen Zuständen. Bei Funkenzündung betrug die Gastemperatur 300°K , im anderen Fall war das Gasgemisch sehr stark adiabatisch gekühlt, und zwar auf $(1/30)^{(k-1)/k} \times 300 = (1/30)^{2/7} \times 300 = 114^\circ \text{K} = -159^\circ \text{C}$, so daß die Dichte des explosiven Gases hier ungefähr um den Faktor 2,5 größer ist als im ersten Fall.

Hier zeigt sich deutlich, daß nicht nur die Lage der unteren Druckgrenze, sondern auch das Molekulargewicht des explosiven Gasgemisches von Einfluß ist, da es bestimmt, an welcher Stelle das Edelgas auf der α -Achse liegt: je leichter das explosive Gas bei ein und derselben Druckgrenze, desto größer ist der Bereich der Edelgasfüllungen, in dem Zündung eintritt, wie sich auch aus Abb. 18 ergibt, in der $1/\sqrt{m_1}$ an Stelle von α vertikal aufgetragen ist.

Zusammenfassend kann man sagen, daß die gefundenen Zündgrenzen weitgehend mit den aus anderem Zusammenhang bekannten Explosionsgrenzen im Niederdruckgebiet übereinstimmen. Sie lassen sich hiermit in befriedigender Weise qualitativ erklären.

VII. Die „kalte Zündung“ durch Leuchtstofflampen. Einfluß anderer Konstruktionsteile, insbesondere des Leuchtstoffpulvers

Nachdem wir in V. das Verhalten der mit Edelgas gefüllten Rohre mit den Abmessungen der 40-W-Lampe untersucht haben, wollen wir uns nun den Eigenschaften der vollständigen Leuchtstofflampe zuwenden und zu diesem Zweck den Einfluß der verschiedenen Konstruktionsteile einer näheren Betrachtung unterziehen. Zunächst wollen wir uns noch kurz auf Glasrohre ohne Fluoreszenzpulver beschränken.

Es hat sich gezeigt, daß die Rohrlänge keinen merklichen Einfluß auf die gefundenen Zündgrenzen hat. Es wurden Versuche mit Rohren von 60 cm Länge (Rohre der 20-W-Type) und 150 cm Länge (65-W-Type) durchgeführt, jedoch ergaben sie die-

selben Grenzdrücke wie beim Rohr mit 120 cm Länge. Erst bei sehr kurzen Rohren traten unregelmäßige Erscheinungen auf: wenn das Rohr unter dem Hammer völlig zersplitterte, blieb die Zündung aus. Dies ist mit den vorgenannten Betrachtungen völlig vereinbar. Nur in Rohren mit ausreichender Länge bildet sich eine Stoßwelle, die dann durch den Anfangszustand bedingt und von der Rohrlänge unabhängig ist. Auch verschiedenartige Ausbildung des Rohrendes, wie halbkugelförmig ausgeblasene Enden, ebene Endflächen oder die bei normalen Leuchtstofflampen gebräuchlichen Quetschkonstruktionen mit oder ohne die normale Elektrodenkonstruktion, beeinflussen die Zündgrenzen nicht. Nur weitgehende Änderungen wirken sich merklich aus. Bäusche und andere Konstruktionen mit großer Oberfläche in den Rohren unter-

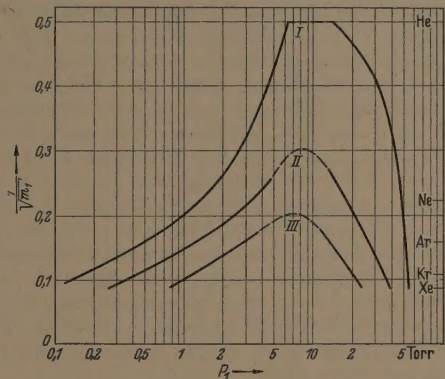


Abb. 18. Grenzen der gasdynamischen Zündung in einem Diagramm mit den Koordinaten p_2 und $1/\sqrt{m_1}$.
I Grenzkurve für Luft mit 45% Wasserstoff
II Grenzkurve für Luft mit 20% Leuchtgas
III Grenzkurve für Luft mit 10% Methan.

Die Molekulargewichtsskala gilt für alle Kurven, im Gegensatz zur Abb. 8.

drückten die Zündung in Luft-Wasserstoff völlig, wahrscheinlich dadurch, daß die Stoßwellenenergie durch Wärmeleitung oder Reibung vernichtet wird. Dasselbe Gasgemisch zündet nicht in Rohren mit 3 Torr Argon, wenn sie am Ende mit einer Erweiterung versehen waren. Diese Erscheinung läßt sich dadurch erklären, daß die Erweiterung die Intensität und den Druck der Stoßwellen herabsetzt.

Der Zusatz von Quecksilberdampf ergibt keine merkliche Verschiebung der Zündgrenzen. Der niedrige Quecksilberdampfdruck (bei der brennenden Lampe ungefähr 8×10^{-3} Torr) reicht trotz des großen Molekulargewichtes (201) nicht aus, auch nicht längs der unteren Grenze des Zündbereiches von Luft mit 45% Wasserstoff, um eine deutliche Verschiebung der Grenze zu verursachen.

Viel wichtiger ist der Einfluß des Fluoreszenz-pulvers auf die Zündgrenzen, insbesondere bei Gemischen mit Methan und mit Leuchtgas. Während das Fluoreszenzpulver bei Edelgasfüllungen aus Neon und Argon nur eine geringfügige Verschiebung der unteren Druckgrenze in Luft mit 45% Wasserstoff nach den höheren Drücken verursacht, zeigte sich, daß bei Rohren mit Fluoreszenzpulver beim Brechen in Luft mit 10% Methan und Luft mit 20% Leuchtgas nicht nur die Zündung bei der in der Lampe gebräuchlichen Gasfüllung von 3 Torr Argon bei allen Versuchen ausblieb, sondern daß im Leuchtgasgemisch nur noch

mit den schwersten Gasfüllungen (Xenon) Zündungen gefunden wurden, während das Zündgebiet in Luft mit 10% Methan ganz verschwunden war.

Diese Erscheinung ist naturgemäß von großer Bedeutung für die Anwendung von Leuchtstofflampen in Räumen, in denen explosive Gasgemische auftreten können. Während die in den Lampen gebräuchliche Gasfüllung von etwa 3 Torr Argon Gasgemische aus Luft mit 10% Methan und Luft mit 20% Leuchtgas in unbedeckten Rohren zünden kann, verursacht die innen mit Fluoreszenzpulver bedeckte Lampe keine Zündung dieser Gase mehr. Diese Sicherheit ist der löschenden Wirkung des Fluoreszenzpulvers zu danken. Diese gute Eigenschaft des feinen Halogenphosphatpulvers, das beim Bruch des Rohres als Staubwolke vom Gas mitgerissen wird und schließlich als weißer Rauch aus den Überresten aufsteigt, wurde nicht erwartet. In der Literatur konnten wir keine Hinweise über dieses Verhalten finden. Dagegen ist wohl die löschende Wirkung bestimmter, im explosiven Gas fein verteilter Pulver bekannt. THOMPSON [16] zum Beispiel fand eine Erhöhung der unteren Explosionsgrenze bei Wasserstoff, Kohlenmonoxyd und Äthylen in Luft durch Zusatz von fein verteiltem MgO oder SiO_2 . Die löschende Wirkung von Feinstaub auf Grubengasexplosionen wird in Steinkohlen-Bergwerken in der Form sog. Feinstaubsperrern praktisch ausgenutzt: eine Reihe mit sehr feinem Feinstaub gefüllte Behälter ist oben am Grubengang so angebracht, daß die Druckwelle, die den brennenden Gasen einer Explosion vorausläuft, die Behälter kantet, wodurch sich eine dichte Staubwolke bildet, die die Ausbreitung der Explosion verhindern kann.

Über den Löschvorgang selber ist wenig bekannt. Es liegt nahe, anzunehmen, daß die Kornoberfläche zerstörend auf die Träger der Reaktionsketten wirkt, so daß diese unterbrochen werden, wie es an der Wand eines Explosionsgefäßes geschieht.

Es leuchtet ein, daß wir es hier mit einem Löschvorgang zu tun haben, der bei niedrigem Druck eine große Wirksamkeit besitzen wird und durch die Konzentration bestimmt ist, die das Fluoreszenzpulver im explosiven Gas erreicht. Es ist anzunehmen, daß eine zu starke Haftung an der Rohrwand die löschende Wirkung herabsetzt. Praktisch ist bei Leuchtstofflampen die Haftung so gering, daß Staubkonzentrationen erreicht werden, welche vollkommen ausreichen um Zündung zu verhindern.

Zusammenfassung

1. Der Vorgang der gasdynamischen Zündung wurde beim Bruch von Gasrohren untersucht. Ob die Zündung eines bestimmten Gasgemisches eintritt oder nicht, hängt vom Druck und vom Molekulargewicht der Edelgasfüllung ab. Die Zündgrenzen wurden für verschiedene Drücke und Molekulargewichte der Edelgasfüllung in Gemischen aus Luft mit Wasserstoff (45%), mit Methan (10%) und mit Leuchtgas (20%) bestimmt. Auf Grund der berechneten Werte des Drucks und der Temperatur in dem Rohr konnten die gefundenen Zündgrenzen an Hand der Kenntnis über die Explosionsgrenzen bei erniedrigtem Druck erklärt werden.

2. Die Versuche wurden bei Mischungsverhältnissen ausgeführt, bei denen die Gemische mit Methan und Leuchtgas ihren kleinsten unteren Zündgrenzdruck bei Funkenzündung zeigen. Bei den Gemischen mit Wasserstoff wurde die höchste Wasserstoffkonzentration gewählt, bei der sich dieser Grenzdruck nur wenig von Minimalwert unterscheidet. Die Versuche wurden also bei Konzentrationen ausgeführt, die in der Praxis zwar selten vorkommen, für die gasdynamische Zündung jedoch die gefährlichsten sind. Bei kleineren Konzentrationen des brennbaren Anteils in Luft ist auf Grund der Theorie zu erwarten, daß die Zündgefahr wegen der Zunahme (oder bei Wasserstoff nur geringfügige Abnahme) des unteren Zündgrenzdruckes und der Zunahme des mittleren Molekulargewichtes des explosiven Gasgemisches kleiner wird.

3. Es zeigt sich, daß außer dem Druck und dem Molekulargewicht das Fluoreszenzpulver großen Einfluß auf die gasdynamische Zündung ausübt. Der Anwesenheit des Fluoreszenzpulvers ist es zu verdanken, daß Gemische von Luft mit Leuchtgas und Luft mit Methan beim Bruch der Lampen nicht zünden, und zwar durch die löschende Wirkung des beim Bruch der Röhre und durch das einströmende Gas von der Wand gelösten und vom Gas mitgeführten Pulvers.

4. Die Zündung explosiver Gasgemische auf gasdynamischem Wege beim Bruch dieser Lampen (z. B. in Luft mit 45% Wasserstoff) kann durch geeignete, löschende Bäume hinter den Elektroden verhindert werden. Eine geeignete Änderung der Edelgasfüllung in der Weise, daß die untere Zündgrenze unterschritten wird, führt zu demselben Ergebnis, jedoch ist hiermit meistens eine unerwünschte, ungünstige Beeinflussung der Lichtausbeute, der Lebensdauer und der Zündspannung der Lampe verbunden. Diese Maßnahmen verhindern jedoch die eventuelle Zündung durch die erhitzten Elektroden, die z. B. in Gemischen von Luft und Wasserstoff auftreten kann, nicht.

Literatur [1] Fluoreszenzbeleuchtung von C. ZWIKKER, Meulenhoff & Co., Amsterdam 1950. — [2] RIECK, G. D.: Philips techn. Rdsch. 10, 335 (1948). — [3] ELENBAAS, W. und T. HOLMES: Philips techn. Rdsch. 12, 133 (1950). — [4] HÜLSBERG, Fr.: ETZ-A 75, 136 (1954). — [5] SELLE, H.: Die Berufsgenossenschaft Heft 5, 170 (1954). — [6] BLEAKNEY, W., D. K. WEIMER und C. H. FLETCHER: Rev. Sci. Inst. 20, 807 (1949). — [7] BECKER, R.: Z. Physik 8, 321 (1922). — [8] COURANT, R. und K. O. FRIEDRICH: Supersonic Flow and Shock Waves (Interscience Publishers, Inc., New York, 1948). — [9] RESLER, E. L., SHAO-CHI LIN und A. J. KANTROWITZ: J. Appl. Phys. 23, 1390 (1951). — [10] LEWIS, B. und G. VON ELBE: Combustion, Flames and Explosions of Gases, New York (Academic Press Inc.) 1951, Seite 579 ff. — [11] SHEPHERD, W. C. F.: Third symposium on combustion, flame and explosion phenomena, 1949, Seite 301. — [12] WHITE, A. G., T. W. PRICE: J. Chem. Soc. 115, 1462 (1919). — [13] LEWIS, B. und G. VON ELBE: Combustion, Flames and Explosions of Gases, New York (Academic Press Inc.) 1951, Seite 27 ff. — [14] DROP, J.: Diss. Leiden 1936; Rec. trav. chim. 54, 671 (1935); 56, 71, 86 (1937). — [15] DIJKSMAN, A. J.: Diss. Leiden 1939; Rec. trav. chim. 57, 1059 (1938); 59, 857 (1940); DIJKSMAN, A. J. und C. VAN DEN BRANDHOF: Rec. trav. chim. 59, 445 (1940). — [16] THOMPSON, H. W.: Z. Phys. Chem. B 18, 219 (1932).

W. VERWEIJ, N. V. Philips'Gloeilampenfabrieken,
Fysisch Laboratorium H. I. G. LICHT,
Eindhoven/Holland.

Experimente mit Impulsgeneratoren hoher Impulsfolgefrequenz *

Von REINHOLD GERHARZ

Mit 8 Textabbildungen

(Eingegangen am 13. März 1956)

Einleitung

Die nach dem Prinzip des Multivibrators arbeitenden elektrischen Impulsgeneratoren haben in den letzten Jahren große Verbreitung gefunden und gehören zum Repertoire des elektronischen Laboratoriums. Impulsfrequenzen vom 5 MHz bei einer Impulsdauer von 10^{-7} sec, die mit Röhren hoher Steilheit (Pentoden) erzeugt wurden, schienen für eine Weile die obere Grenze des Erreichbaren festzulegen. Die Verwendung von Thyratrons und Sekundärelektronen-Vervielfachern mit ihren außergewöhnlich kurzen Schaltzeiten und übersteilen Kennlinien eröffnete neue Möglichkeiten, die Impulsfrequenz zu erhöhen und die erzeugten Impulse wesentlich zu verkürzen.

Die Arbeiten von KROEBEL [1] und FAVRE [2] zeigen, daß sich durch geschickte Schalttechnik und mit Sekundärelektronen-Vervielfachern Gesamtimpulslängen der Größenordnung 5×10^{-9} sec mit hohen Flankensteilheiten erreichen lassen. Mit einer von CUTLER [3] untersuchten Schaltung sind inzwischen auch mit gewöhnlichen Pentoden Impulsfrequenzen von 20 MHz erzeugt worden, die jedoch bei geringer Flankensteilheit nur eine Spannungsamplitude von etwa 2 Volt erreichten.

Grundlagen

Um bei einem Minimum an apparativem Aufwand elektrische Impulse hoher Frequenz zu erzeugen, wurde in diesem Institut eine Anordnung untersucht, die als wesentliche Schaltungselemente nur einen gittergesteuerten Sekundärelektronen-Vervielfacher und ein koaxiales Kabel als Zeitverzögerungselement aufweist. Mittels einer passend gewählten Röhrenkennlinie werden die erzeugten und durch das Kabel laufenden Impulse stets in gleicher Form gehalten. Dies wurde nach einem Vorschlag von BAY [4] auf folgende Weise erzielt:

Die Verstärkung einer Elektronenröhre (vorzugsweise einer Pentode) läßt sich um ein Vielfaches steigern, wenn an die Stelle der Anode ein Sekundärelektronen-Vervielfachersystem tritt. Im Bereich geringer Verstärkung, im Anlaufstromgebiet, verläuft dabei der untere Teil der Röhrenkennlinie in erster Näherung nach dem SCHOTTKYSCHEN Exponentialgesetz:

$$I = I_0 \exp \frac{e U_g}{k T}.$$

Bei der Annäherung an ihre Maximalwerte ist die Verstärkung begrenzt durch einsetzende Raumladungseffekte. Die Kennlinie läuft deshalb zu einer Horizontalen aus. Diese über verhältnismäßig große Gitterspannungsintervalle bestehenden Nichtlinearitäten am Fuß und am oberen Ende der Kennlinie [5] bieten den am Steuergitter auftretenden Signalen eine veränderliche Verstärkung. Es läßt sich leicht erkennen, daß eine solche Kennlinie impulsformende Eigenschaften aufweist: Die Dauer eines Impulses ist festgelegt durch

die geringere Verstärkung der kleineren Spannungsanteile und die erheblich größere Verstärkung der höheren Spannungskomponenten. Die Impulsamplitude wird von der einsetzenden Raumladung begrenzt.

Eine für den Aufbau eines derartigen Generators geeignete nichtlineare Kennlinie ist bei dem von Philips gefertigten einstufigen Vervielfacher EFP 60 vorhanden und in Abb. 1 dargestellt. Die das Steuergitter passierenden Elektronen treffen auf eine Prallanode, auf welcher jedes ankommende Elektron statistisch eine feste Anzahl von Sekundärelektronen auslöst [6]. Der Multiplikationsfaktor δ des gesamten Sekundärsystems kann unter bestimmten Bedingungen leicht konstant gehalten werden. Eine geringe Spannungsänderung am Steuergitter erzeugt durch die hohe Stromverstärkung des Sekundärsystems einen Elek-

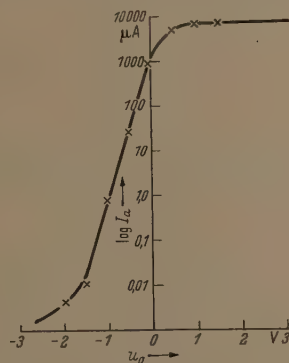


Abb. 1. Statistische Kennlinie eines einstufigen Sekundärelektronen-Vervielfachers vom Typ EFP 40 (Philips).

tronenstromstoß, der als Spannungsimpuls über einen Kopplungskondensator in ein Koaxialkabel eingeführt wird. Der Kopplungskondensator ist zugleich Teil eines Differenziergliedes, so daß nur schnelle Spannungsänderungen als Impuls in das Kabel eindringen können. Nach dem Durchlaufen des Kabels erscheint der Impuls wieder am Steuersystem der Röhre.

Die Stabilität der Wirkungsweise wird begünstigt durch die Tatsache, daß Störspannungen, die von außerhalb die Abschirmung des Generators durchdringen können, oft nur noch so klein sind, daß diese wegen der Lage des Arbeitspunktes der Röhre nicht verstärkt werden. Zur Inbetriebsetzung des Generators muß also ein Spannungsstoß in die Röhre eingeleitet werden, dessen Amplitude in den Verstärkungsbereich der Kennlinie fällt. Für praktische Zwecke genügt es aber meist, in der Nähe der Verstärkerröhre irgend ein elektrisches Gerät zu schalten, um das Impulssystem anzustoßen. Die auf solche Weise angelegten Impulse verstärken sich nach wenigen Umläufen auf einen durch Kennlinie und Wellenwiderstand des Ausgangskreises gegebenen Höchstwert und bleiben in der Folge für lange Betriebszeiten konstant in Amplitude und Impulsdauer.

* Herrn Prof. Dr. R. VIEWEG zum 60. Geburtstag gewidmet.

Aufbau des Impulsgenerators

Die Konstruktionselemente eines leicht nachzubauenden Impulsgenerators zeigt die Abb. 2. Die Zahlen an den Elektroden geben die zugehörigen Einleitungen am Röhrensockel an. Zur erleichterten Einstellung des Arbeitspunktes dient ein Potentiometer in der Kathodenleitung, über dem ein zu der Kabelimpedanz passender Abschlußwiderstand (z) liegt. Ein parallel gelegter Kondensator dient als Spannungsstabilisator für die Kathode und ist zugleich kapazitiver Erdverbinder für den Kabelabschluß.

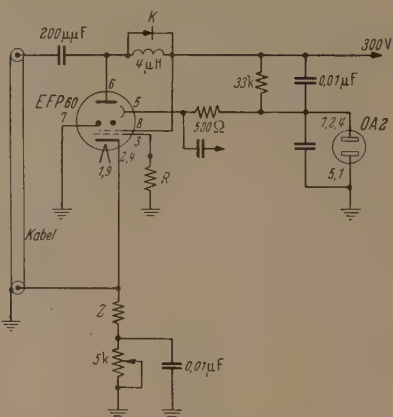


Abb. 2. Regenerativer Hochfrequenz-Impulsgenerator mit Koaxialkabel und Kathodenkopplung (negative Impulse), praktische Kabellängen zwischen 6 und 80 m.

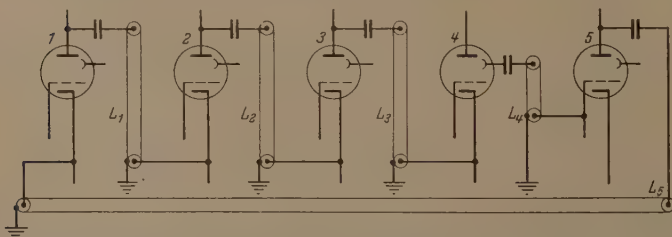


Abb. 3. Fünfstufiger Impulsgenerator mit Kathodenkopplung. Alle Verbindungskabel können verschiedene Länge haben. Stufe 4 ist durch Gitterkopplung (positive Impulse) mit Stufe 5 verbunden.



Abb. 4. Negative Impulsfolge. Amplitude: 5 Volt.
A = Anstiegszeit 2 μsec; B = Impulsdauer 4 μsec; C = Impulsfolge 60 μsec \approx 16,6 MHz bei 13 m Kabellänge.

Eine 300 Volt liefernde Gleichspannungsquelle hält die Anode der Röhre auf Betriebspotential und führt der Prallanode über einen Spannungsteiler 150 Volt zu. Es ist dabei wichtig, Spannungsschwankungen infolge des zur Prallanode gelieferten Elektronenstromes durch einen Glimmstabilisator (Typ OA2) auszugleichen. An der Anode wird an Stelle eines rein ohmschen Spannungsgefälles eine Kombination von HF-Drossel und Kristalldiode vorgezogen. Da dort negative Spannungsimpulse auftreten, können diese nur über den Kopplungskondensator und das Kabel abfließen. Bei passender Wahl der HF-Drossel (etwa $4 \mu\text{H}$) lassen sich an der Anode annähernd rechteckförmige Im-

pulse ohne störende Scheitelschwingungen („ringing“ nachweisen. Diese Anordnung stellt zugleich ein stark gedämpftes HF-Kreis dar, der die Entstehung von Sinusschwingungen unterdrückt und eine fast widerstandsfreie Stromzufuhr zu Anode ermöglicht. Die gleiche Kombination kann mit Vorteil auch der Widerstand an der Prallanode ersetzen oder auch an Kathode oder Steuergitter verwendet werden.

Ein Koaxialkabel als Zeitverzögerer nimmt den Impuls über einen Koppelkondensator (200 pF) auf der zugleich das Kabel von der Betriebsspannung trennt. Bei starker Ankopplung (mehr als etwa 500 pF) schwingt das System als Multivibrator mit dem Kabel als frequenzbestimmender Kapazität; wegen einer zu geringen Kopplung dem Kabel eine unzureichende Impulsspannung zuführt, die sich je nach der Kabellänge totläuft und keinen neuen Impuls in der Röhre auslösen kann. Die Wahl der Kopplungskapazität ist demnach abhängig vom gesamten Wellenwiderstand des Zeitverzögerungssystems. Es muß hier bemerkt werden, daß auch eine Kette von Induktivitäten und Kapazitäten an die Stelle des Kabel treten kann und daß der Generator in einer Versuchsreihe tatsächlich mit solch einer Laufzeitkette um einer Frequenz von 10 MHz befriedigend arbeitete. Die Dauer der Impulse wuchs jedoch auf etwa 10^{-8} sec an.

Die Kabellänge bestimmt als wesentlicher Faktor die Impulsfrequenz; die höchste Frequenz, die mit diesem Generator erhalten wurde, betrug 40 MHz bei 5 m Kabel, und die größte Kabellänge, mit der die Anordnung noch schwingfähig war, betrug etwa 150 m entsprechend einer Frequenz von etwa 1,2 MHz. Es sind jedoch Generatorsätze mit Serienverstärkern betrieben worden, die erheblich größerer Kabellängen benutzten. So wurde z. B. von einem Mitarbeiter ein Impulsgenerator mit 5 Röhrenverstärkern aufgebaut, die über Verbindungskabel von ungleichen Längen (L_1, L_2, \dots, L_5 in der Abb. 3) bis zu 70 m einen geschlossenen Kabelkreis bildeten, wobei die Umlauffrequenz des durch das System laufenden Impulses etwa 700 kHz betrug. Die

Abb. 3 zeigt diese Anordnung und bedarf keiner näheren Erläuterung, da jede Stufe dieselben Bauelemente und Schaltung verwendet, die für einen einzelnen Generator erforderlich ist und bereits beschrieben wurde. Bei solchen zusammengesetzten Systemen ist die Elektronenflugzeit durch das Röhrensystem nicht mehr vernachlässigbar und beeinflusst in stärkerem Maße die ganze Impulsfrequenz.

Zu den wesentlichen Vorzügen dieser Generatoren gehört der Umstand, daß sich an der Prallanode ohne erheblichen Einfluß auf die Wirkungsweise der Röhre positive Impulse abnehmen lassen. Nicht minder vorteilhaft ist die Möglichkeit einer Rückkopplung der Impulse zwischen Prallanode und Gitter, wobei die an der Hauptanode auftretenden negativen Impulse ebenso rückwirkungsfrei entnommen werden können. Diese Besonderheit ist in der Abb. 3 bei den 4. Röhrenstufe angedeutet worden. Die Stufe 4 ist also mit der Stufe 5 durch ein Kabel an der Prallanode verbunden, deren auslaufende positive Impulse dem Gitter der Röhre 5 zugeleitet werden. In jedem Falle sind die

haltenen Impulsamplituden abhängig von der Impulsform des jeweiligen Elektrodenkreises.

Die Abb. 4 gibt eine negative Impulsfolge wieder, wie sie mit besonderen Auslösemethoden an einem Hochgeschwindigkeits-Oszillographen (Tektronix 517) sichtbar gemacht wurden. Mit einer anderen Oszillographenzusammenstellung konnte festgestellt werden, daß die Anstiegszeit der Impulse auf den Maximalwert von 5 Volt etwa 2×10^{-9} sec betrug.

Frequenzstabilität

Die Konstanz der Impulsfrequenz wird bei gut stabilisierten Röhrenspannungen im Wesentlichen nur von dem Wellenwiderstand des Kabels beeinflusst. Zur Bestimmung der Frequenzstabilität wurde die Veränderung einer Schwebefrequenz verfolgt. Dabei war erforderlich, eine Impulsfrequenz von 5 MHz zu erzeugen und dem von der Sendestation WWV ausgehenden 5 MHz-Träger in der Nähe eines Empfängers zu überlagern. Diese Trägerfrequenz kann mit Kurzwellenempfängern der üblichen Bauweise aufgenommen werden und ist infolge ihrer Frequenzgenauigkeit von $\Delta = \pm 10^{-8}$ zumindest in Sendernähe ein brauchbares und leicht zugängliches Frequenznormal.

Durch die Verwendung von Kabelstücken passender Länge sowie durch das Einführen von Kabelverbindungsstücken zur Feinabstimmung des Generators ließ sich unschwer eine Impulsfrequenz von 5 MHz einstellen. In der Nähe des Empfangskreises des KW-Erätcs, welches auf den 5 MHz-Träger des Frequenznormals abgestimmt war, erzeugte der Impulsgenerator einen Schwebeton, der akustisch oder mit einem Oszillographen überwacht wurde. Die Modulation des Normalsenders (Zeitzeichen und akustische Frequenzen) konnte bei einfach gebauten Empfängern durch leichtes Verstimmen hinreichend unterdrückt werden. Mit zwei Empfängern (wobei der eine in etwas Abstand vom Impulsgenerator nicht beeinflusst werden kann) läßt sich die Modulation durch gegenphasige Überlagerung völlig auslöschen und nur die gewünschte Schwebefrequenz bleibt erhalten. Eine derartige Anordnung eignet sich gut zur Bestimmung höchster Genauigkeiten bei Messungen der Frequenzstabilität.

Das Blockschema einer solchen Meßvorrichtung ist in Abb. 5 wiedergegeben. Ein amplitudenmodulierter Träger, z. B. ein Rundfunksender, dessen Frequenz als Vergleichsnormale geeignet erscheint, wird von zwei räumlich getrennten Empfängern aufgenommen. Die unter gewöhnlichen Umständen zum Lautsprecher geführte Hörfrequenz wird jedoch in einem Zwischenkreis (Transformator) durch gegenphasige Überlagerung ausgelöscht. Wird nun die zu messende Frequenz dem einen Empfänger lose angekoppelt, dann verbleibt im Lautsprecherkreis nur die Differenz zwischen Normale und Testfrequenz, die man akustisch verfolgen oder mit einem Oszillographen sichtbar machen kann.

Die Untersuchungen an dem Impulsgenerator ergaben bei leichter elektrischer und magnetischer Abschirmung Stabilitäten von etwa 0,01% über kurze Zeiträume (30 min). Eine solche Stabilität ist bereits der eines Quarzoszillators von mittlerer Güte vergleichbar. Noch bessere Stabilität kann erhalten werden durch automatische Konstanthaltung der Röhrenspannungen und durch peinlichste Abschirmung des ganzen Generators. Bei höchsten Anforderungen an Frequenzkonstanz muß also jede mögliche Beeinflussung

durch vagabundierende Felder sorgsam vermieden werden. Wie SARITO und HATA [7] bei Untersuchungen an Photomultipliern festgestellt haben, können schon Schwankungen der Intensität des magnetischen Erdfeldes und Restmagnetisierung der Röhrenbestandteile den Weg der Elektronen durch die Röhre und damit deren Laufzeit beeinflussen. Auf den beschriebenen Generator übertragen, wirkt sich dieser Einfluß sogleich als Frequenzverschiebung aus. Ähnlichen Einfluß auf die genaue Impulsfrequenz haben Temperaturschwankungen, die infolge von Impedanz- und Längenänderung des Kabels ebenfalls Frequenzabwanderung verursachen.

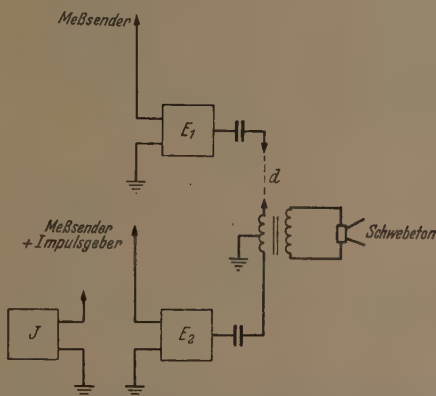


Abb. 5. 2-Empfänger-Anordnung zur Bestimmung der Impulsgeberfrequenz mit modulierten Vergleichsfrequenzen. d deutet einen Mindestabstand an, um Beeinflussung von E_1 durch J auszuschließen.

Pulsamplitudenmodulation

Bei der Suche nach der Grundwelle der Impulsfrequenz mit einem KW-Empfänger in der Nähe des Kabels erwies sich eine leichte Amplitudenmodulation der Impulsfolge mit einer Hörfrequenz als sehr vorteilhaft. Ein Tonfrequenzgenerator lieferte ein sinusförmiges Signal mit einer Spannungsamplitude von 0,2 Volt, welches über einen Kopplungskondensator direkt an das Kabel oder auch wahlweise an das Steuergitter der Sekundärelektronenröhre gelegt werden konnte. Mit einem Oszillographen wurde an der Prallanode beobachtet, daß die Impulsfolge in einer sinusförmigen Enveloppe verlief, die der Frequenz des Hörsignals entsprach. Die Erhöhung der Modulationsspannung ergab von etwa 0,4 Volt an Verzerrungen der Enveloppe und dann Aussetzen der Impulserzeugung. Die Ursachen dieser beschränkten Modulationsfähigkeit der Impulse wurde nicht näher untersucht; eine Erklärung liefert jedoch die periodische Verlagerung des Arbeitspunktes auf der Röhrenkennlinie in Bereiche ungenügender Verstärkung.

Impulsspeicherung

Die Möglichkeit der Verwendung des Impulsgenerators als elektrische Speicheranlage (Memory) für Informationselemente wurde durch mehrere Versuche bestätigt. Das Anfahren des Generators erfolgte dabei durch einen Pulser (SPENCER-KENNEDY Typ 503), der es gestattet, einzelne Impulse von Hand aus oder mit einem eingebauten Unterbrecher mit Hg-Relais bis zu 150 Impulse pro Sekunde auszulösen. Die gewünschte Impulsdauer läßt sich mit Koaxialkabel von veränder-

lichen Längen auswählen (Abb. 6). Die Impulsamplitude ist dabei regelbar von 0 bis ± 150 Volt. Ein 200 cm langes Kabelstück erzeugt z. B. eine Impulsdauer von $2,5 \times 10^{-8}$ sec.

Je nach der angelegten Gitterspannung genügt eine Impulsspannung von etwa 3 Volt schon, um den beschriebenen Röhrengenerator anzustoßen und im Betrieb zu halten. Zur Demonstration der Speichereigenschaften des Impulsgenerators wurden die mit dem Relaispuls (RP) erzeugten Impulse in eine besondere Kabelanordnung geführt, von der mehrere

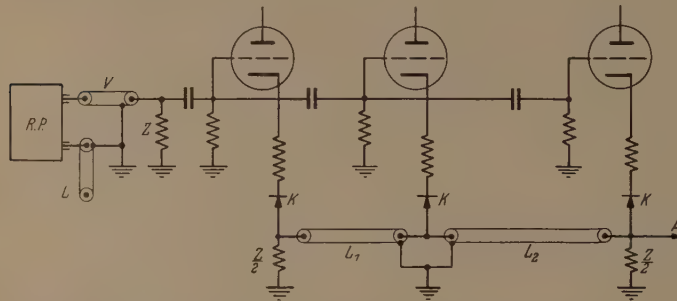


Abb. 6. Impulsgruppengenerator mit wählbaren Impulsabständen durch Laufzeitkabel veränderlicher Länge L_1 , L_2 . — RP = Relaispuls oder Impulsgenerator; L = Pulsängenkabel; V = Verbindungskabel zu den Kathodenfolger; Z = Kabelabschlußwiderstand; A = Impulsgruppenausgang.

schnelle Impulse mit beliebig wählbaren Abständen voneinander als Gruppen abgenommen werden konnten. Als Beispiel eines solchen Kabelsystems ist in der Abb. 6 eine dreigliedrige Laufzeitkette mit zwei Kabeln als Zeitverzögerer gezeigt. Das vom Puls RP kommende Auslösesignal erzeugt zu gleicher Zeit an drei Kathodenfolgern einen Spannungsstoß, der sich durch die Verbindungskabel fortpflanzt und am Eingang des Impulsgenerators als sukzessive Pulsfolge mit dem Abstand der Laufzeiten durch die Verbin-

tigt wurde. Bei Übersättigung folgen die Impulse am Röhreneingang wegen der Kabeldämpfung so eng aufeinander, daß der Elektronenfluß durch die Röhre nicht mehr impulsförmig moduliert werden kann und einem stetigen Gleichstrom ähnlich wird. Am Kopplungskondensator zum Kabel treten deshalb nur langsam veränderliche Spannungen auf, die wegen der Differenziereigenschaft des Kopplungsgliedes keinen Eingang in das Kabel finden können. Dieser Zustand hält solange an, als noch auf dem Kabel befindliche dicht aufeinander folgende Impulse infolge der Kabeldämpfung als verschmierte Impulsgruppen am Steuersystem ankommen.

Bei grundsätzlich gleichem Aufbau sind in einer anderen Apparatur, in der die einstufige EFP 60 durch eine Sonderbauform mit 7 Prallanoden (Dynoden) ersetzt war, einem Umlaufkabel von 80 m Länge bis zu 15 Impulse pro Umlaufperiode zugeführt worden und mit ihren jeweils vorhandenen Abständen voneinander für längere Zeiten (15 Min) reproduziert worden. Die Untersuchungen an dieser Betriebsweise des Generators sind noch nicht abgeschlossen. Die theoretischen Zusammenhänge hat GRISAMORE [8] ein-

gehend untersucht und wird in einer eigenen Arbeit darüber berichten.

Impulsvervielfacher

Für manche Untersuchungs Zwecke ist es notwendig, eine höchstmögliche Anzahl von Impulsen in schneller Folge und mit geringen Abständen verfügbar zu haben. Die in der Abb. 7 wiedergegebene sehr einfache Kabelanordnung ermöglichte es, eine große Anzahl von Impulsen als periodische Folge mit beliebig festzulegendem Abstand zu erzeugen. Da der Betrieb des Impulsgenerators bei kürzer werdendem Rückföhrkabel wegen der erhöhten Energieaufnahme und der Kabeldämpfung instabiler wird und bei etwa 4 m Kabellänge ganz aussetzt, erscheint es vorteilhaft, Impulse einer niedrigeren Frequenz zu erzeugen und diese einem in sich geschlossenen Kabel (B) von der Länge L_A/n zuzuleiten. Dabei ist bei Kabel von gleichem Wellenwiderstand L_A die Länge des Rückföhrkabels am Impulsgenerator (Obersystem) und n ist die gewünschte Vervielfachung der Impulsfrequenz. Kristalldioden geben den in das Kabel des Untersystems (B) eingeföhrten Impulsen eine gleichbleibende Umlaufrichtung. Das Kabel des Untersystems wird also als zusätzliche Speichereinheit verwendet. Der empirisch zu ermittelnde Abschlußwiderstand (Z) vermindert Reflektionen und ist zugleich Gleichstromableiter.

Im Betrieb laufen die dem Obersystem entstammenden Impulse mehrfach an der Einföhrung zum Kabel (B) vorbei und erscheinen dort als periodische wiederkehrende Tochterimpulse. Die Amplitude dieser neu gewonnenen Impulsfolge nimmt aperiodisch ab, bis das Eintreffen eines neuen Hauptimpulses den Vorgang wiederholt. Durch ausgewählte Dioden mit guter Ansprechfähigkeit läßt sich das Abklingen der Tochterimpulse und deren Dämpfungsverbreiterung im Untersystem in erträglichen Grenzen halten. Zur Abnahme und Verstärkung der neuerhaltenen schnelleren Impulsfolge kann eine weitere EFP 60 Stufe dienen.

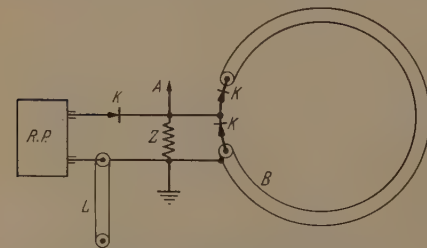


Abb. 7. Impulsvervielfacher.
RP = Relaispuls (Obersystem); K = Kristalldioden;
L = offenes Kabel zur Festlegung der Impulsdauer, B = Umlaufkabel (Untersystem); Z = Abschlußwiderstand.

dungskabel erscheint. Die an die Kathoden gelegten Kristalldioden (K) sollen unerwünschte Rückwirkungen und Reflektionen verhindern. Die so an den Steuerkreis (A) gelangenden Impulsgruppen stoßen also den Impulsgenerator im Takte der Pulsabstände an und erzeugen in dessen Umlaufkabel eine Impulsfolge, die unbestimmt lange in gleichem Rhythmus durch das System läuft. Mit einer ähnlichen Apparatur sind auf diese Weise auch Impulsserien erzeugt worden, die mit stetig veränderlichem Abstand der Einzelimpulse voneinander in das Generatorsystem eingeföhrt wurden und sich darin den bereits umlaufenden Impulsen solange zugesellten, bis das Kabel übersät-

Impulsfrequenzteiler

Mit einer ähnlichen Schaltung wurde ein Impulsgruppenteiler aufgebaut und im Betrieb untersucht. Aufteilung einer stetigen Impulsfolge hoher Frequenz in periodische Gruppen mit gleichem Abstand, die sich mit Vorteil als erste Untersuchungsstufe vor Verstärker und Zählwerken verwenden. Die entstehenden Impulsgruppen können die Grundwelle der Sinusfrequenz niedriger Periodenzahl anstoßen und dann mit den in der Hochfrequenztechnik gebräuchlichen Verstärkerschaltungen Steuer- und Kontrolleinrichtungen betätigen. Die Untersuchung eines schaltender bistabiler Stromkreise (Flip-flop-Schaltungen) für nichtperiodische Impulsfolgen ist in dem Institut von BAY und GRISAMORE vorgenommen worden, deren Ergebnisse in Berichtform vorliegen [8].

Im Gegensatz zum Impulsvervielfacher ist beim Gruppenteiler als Kabellänge des Untersystems ein Vielfaches der Kabellänge des Obersystems erforderlich. Auch hier durchlaufen die eingeführten Impulse das Umlaufkabel in einer Richtung. Die am Ende des Kabels austretenden Impulse werden in einem zweiten EFP 60-Kreis verstärkt. Die Einleitung der Impulse in das Untersystem erfolgt an der Prallanode des Impulsenerators, die im Falle der Abb. 8 positive Impulse ergibt. Die Kabellänge des Untersystems entspricht einem ganzzahligen Vielfachen n der Umlaufzeit eines Impulses im Obersystem.

Wesentliches Schaltungselement ist eine direkte kapazitive Verbindung von der Prallanode des Obersystems (A) zur Hauptanode der Verstärkerröhre des Untersystems (B). Infolge der somit entstandenen Rückführung lösen jetzt die in die Röhre (B) gelangenden positiven Impulse an deren Hauptanode negative Gegenimpulse aus, welche über die Kondensatorkopplung zum Kabelende des Untersystems laufen und sich dort den positiven Impulsen aus dem Obersystem überlagern. In der Impulsfolge des Untersystems entsteht daher eine Lücke, deren Länge von dem Verhältnis der beiden Kabellängen bzw. von der Dauer eines Impulsumlaufs im Oberkreis und im Untersystem bestimmt wird. (vgl. auch [9]).

Die Amplitude der Löschpulse braucht nicht genau der Amplitude der in das Untersystem einlaufenden Impulse zu entsprechen. Negative Impulse können im Untersystem wegen der Gittereinführung bei (B) nicht verstärkt werden und schwache positive Impulse laufen sich auf dem langen Unterkabel tot. Zu hohe negative Impulsspannungen können allerdings die Schaltungskapazitäten an der Verstärkerröhre des Untersystems durchlaufen und unerwünschte Impulsfolgen erzeugen. Ebenso wie bei der weiter oben beschriebenen Vervielfacherschaltung ist beim Gruppenteiler ein genaues Einhalten des ganzzahligen Verhältnisses der Umlaufzeiten in beiden Systemen bzw. der betreffenden Kabellängen von kritischer Bedeutung für das einwandfreie Arbeiten der Anordnung.

Ein Impulsgruppenteiler mit einem Verhältnis der Umlaufzeiten von 1:4 erzeugt bereits eine sinusförmige Grundwelle von 1/8 der ursprünglichen Impulsfrequenz (Abb. 8 b). Die beschriebene Methode kann offenbar nur dort Verwendung finden, wo eine lückenlose primäre Impulsfolge aufrecht erhalten werden kann. Die genaue Abgleichung der Kabellängen bereitet einige Schwierigkeiten; das Gerät arbeitet jedoch zuverlässig, wenn man sich dieser Mühe unterzogen hat. Auch hierbei können die im Handel erhältlichen Kabelverbindungsstücke (Muffen) zur Längenanpassung der Kabel auf Zentimetergenauigkeit mit Vorteil Verwendung finden.

Den Herren Dr. Z. BAY und Dr. N. GRISAMORE bin ich für verständnisvolle Unterstützung und zahlreiche Ratschläge zu Dank verpflichtet. Die Versuche wurden im Laboratorium für Elektronik der George Washington University mit weitgehender Unterstützung durch das U.S.-Marineforschungsamt ausgeführt.

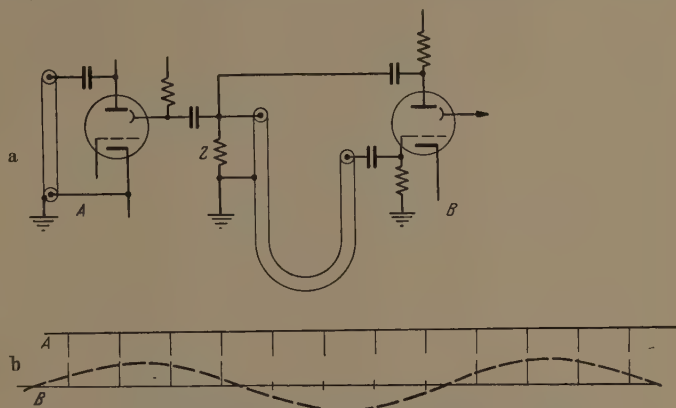


Abb. 8. a) Impulsgruppenteiler. Das Kabel in Teil B hat die n -fache Länge des Rückführkabels im Teil A; $n = 1, 2, 3, \dots$. b) Impulsfolge im Teil A und Teil B des Teilers mit Grundwelle der entstehenden Sinusschwingung, $n = 4$.

Zusammenfassung

Die mit Sekundärelektronen-Vervielfachern erreichbaren hohen Schaltgeschwindigkeiten lassen sich in Verbindung mit der nichtlinearen Steilheit der Röhre EFP 60 und einem Koaxialkabel als Zeitverzögerer zur Erzeugung hochfrequenter elektrischer Impulse verwenden.

Es werden einfache Verstärkerschaltungen beschrieben, an denen wahlweise positive oder negative Impulse abgenommen werden können. Weiterhin werden Angaben gemacht über die Möglichkeit, die Impulsfolge durch die Speichereigenschaften eines Kabels zu verändern.

Literatur. [1] KROEBEL, W.: Z. angew. Phys. 6, 293 (1954). — [2] FAYRE, R.: Helv. Phys. Acta 28, 167 (1955). — [3] CUTLER, C. C.: Proc. IRE 43, 140 (1955). — [4] BAY, Z.: Unveröffentlichte Berichte an U. S. Navy Dept., Mai 1952. — [5] ROTHE-KLEEN: Grundlagen und Kennlinien der Elektronenröhren, Leipzig 1948; Seite 248 ff. — [6] siehe unter [5]; Seite 339 und 340. — [7] SAITO, K. und S. HATA: Publ. Astronom. Soc. Japan 7, 1 (1955). — [8] GRISAMORE, N.: Transactions of the IRE Prof. Group on Electronic Computers, 1956. — [9] ZEMANEK, H.: Wireless, Engineer 31, 264 (1954).

DR. REINHOLD GERHARZ
The George Washington University
Washington 6, D. C. USA

Eine Beziehung zwischen Hystereseseiwert und Koerzitivkraft

Von MAX KORNETZKI

Mit 3 Textabbildungen

(Eingegangen am 19. Mai 1956)

Die von LORD RAYLEIGH [1] im Jahre 1887 mit großer Genauigkeit durchgeführten Untersuchungen zeigten bekanntlich, daß die Permeabilität von Stahl bei kleinen Feldstärken linear mit der Feldstärke wächst

$$\mu = \mu_a + 2 \nu \hat{H}; \quad \left(\frac{\Delta \mu}{\Delta \hat{H}} = \text{const} = 2 \nu \right). \quad (1)$$

(μ Permeabilität, μ_a Anfangspermeabilität, ν Hysteresekostante, \hat{H} Spitzenwert der Feldstärke). Später wurde diese Beziehung auch für viele andere ferromagnetische Stoffe bestätigt [2]. Sie gilt gelegentlich bis in die Nähe der Koerzitivkraft; in anderen Fällen findet man schon Abweichungen, wenn die Feldstärke erst etwa 10 bis 20% der Koerzitivkraft beträgt¹. Manchmal läßt sich dann der gemessene Verlauf der Permeabilität besser durch eine in der Induktion B lineare Beziehung² darstellen [3].

$$\mu = \mu_a + b \hat{B}; \quad \left(\frac{\Delta \mu}{\Delta \hat{B}} = \text{const} = b \right). \quad (2)$$

Die Beziehungen (1) und (2) führen zu gleichen Ergebnissen, wenn die Feldstärke so gering ist, daß die Permeabilität praktisch gleich der Anfangspermeabilität und die Induktion noch nahezu proportional der Feldstärke ist. Mit zunehmender Feldstärke wächst die Permeabilität schneller, wenn Gl. (2) gilt.

Im folgenden wird gezeigt, daß die Einführung von Gl. (2) eine merkwürdige Konsequenz hat. Mit einer sehr plausiblen zusätzlichen Annahme kann man nämlich aus Gl. (2) eine quantitative Beziehung zwischen dem JORDANSchen Hystereseseiwert h [4] und der Koerzitivkraft H_c ableiten. Aus der schon von F. PREISACH [5] ausgesprochenen Erkenntnis, daß die Magnetisierungskurven vieler Stoffe einander ähnlich sind, wurde bereits die qualitative Beziehung

$$h H_c \approx c \quad (3)$$

aufgestellt [6]. Messungen an zahlreichen Stoffen³ lieferten für die (dimensionslose) Konstante c den mittleren Wert 4, mit Streuwerten im allgemeinen zwischen 1 und 25 [7]. Wir wollen nun zeigen, wie man die Konstante abschätzen kann, wenn man einen konstanten Anstieg der Permeabilität mit der Induktion voraussetzt.

Aus Gl. (2) folgt für die Magnetisierungskurve (Kommutierungskurve) die Gleichung

$$\hat{B} = \frac{\mu_a \hat{H}}{1 - b \hat{H}}. \quad (4)$$

Diese Kurve stimmt nur bei kleinen Feldstärken mit der aus Gl. (1) berechenbaren parabolischen Magneti-

sierungskurve überein, denn Gl. (4) enthält eine obere Grenze für die Feldstärke. Bei Annäherung an die Feldstärke $\hat{H} = 1/b$ wächst die Induktion beliebig. Deutet man diesen Anstieg der Induktion als das bekannte steile Ansteigen im Gebiet der Koerzitivkraft, so kann man die Grenzfeldstärke in erster Näherung gleich der Koerzitivkraft setzen.

$$\frac{1}{b} \approx H_c.$$

Mit Gl. (2) folgt

$$\frac{\Delta \mu}{\Delta B} \approx \frac{1}{H_c}.$$

Der Hystereseseiwert h wird meist aus dem Hystereseverlustwiderstand errechnet [2]. Man kann ihn aber auch der bekannten, bei kleinen Feldstärken geltenden Beziehung entnehmen [8]

$$h \approx \frac{16 \nu}{3 \mu_a} = \frac{8}{3 \mu_a} \frac{\Delta \mu}{\Delta \hat{H}} = \frac{8}{3} \frac{\Delta \mu}{\Delta \hat{B}}.$$

Aus Gl. (6) und (7) folgt

$$h H_c \approx c' = \frac{8}{3}.$$

Die Konstante c' ist noch nicht mit der experimentell gefundenen Konstanten c in Gl. (3) identisch. Denn wurde aus den Meßwerten ermittelt, indem der Hystereseseiwert in üblicher Weise auf die effektiv Feldstärke bezogen, die Koerzitivkraft aber sinngemäß als Spitzenfeldstärke eingesetzt wurde. Die Gleichung (7) setzt voraus, daß auf beiden Seiten entweder effektive oder Spitzenwerte stehen [8].

Daher ergibt sich $c = c' \cdot \sqrt{2}$ und

$$h H_c \approx \frac{8}{3} \cdot \sqrt{2} \approx 3,8 \quad (9)$$

(h effektiv, H_c Spitzenwert).

Der unter so einfachen Voraussetzungen abgeschätzte Wert für das Produkt stimmt unerwartet gut mit dem aus Messungen abgeleiteten Mittelwert überein. Die erwähnte Streuung der Meßwerte bestätigt, daß die Beziehung (2) keineswegs für alle untersuchten Stoffe gilt, denn die Gl. (9) kann im allgem. nicht erfüllt werden, wenn der betreffende Stoff dem RAYLEIGHgesetz bis in die Nähe der Koerzitivkraft folgt. Wenn die Magnetisierungskurve bei kleiner Feldstärke dem RAYLEIGHgesetz folgt, kann Gl. (9) gelten; falls die Kurve bei größerer Feldstärke geeignet vom RAYLEIGHgesetz abweicht, oder falls das Verhältnis der Maximalpermeabilität zur Anfangspermeabilität gering ist; im zweiten Fall kann sowieso nur schwer entschieden werden, ob die Beziehung (1) oder die Beziehung (2) besser gilt. Anscheinend wird die Beziehung (2) meist nicht mit derselben Genauigkeit eingehalten wie die Beziehung (1) im RAYLEIGHgebiet. Das RAYLEIGHgebiet erstreckt sich aber auch selber bis in die Nähe der Maximalpermeabilität, sondern meist nur auf Induktionswerte unter 1000 G. LORD RAYLEIGH hat bis zu einer Induktion von 170 G gemessen.

¹ Wir wollen hier von den Fällen absehen, in denen die Permeabilitätskurve bei geringen Feldstärken durch Nachwirkungerscheinungen stark beeinflußt wird [12].

² Praktisch gelten die folgenden Überlegungen auch, wenn man hier statt der Induktion die Magnetisierung setzt.

³ Die Hystereseseiwerte wurden meist nicht aus dem Hystereseverlustwiderstand, sondern aus dem Anstieg der Permeabilität bestimmt. Häufig ergeben sich dadurch etwas größere Werte. [13]

Die Abbildungen 1, 2 und 3 zeigen den angenommenen Verlauf der Permeabilität über der Induktion, den aus folgenden Verlauf über der Feldstärke und die Magnetisierungskurve nach Gl. (4). Für die Maximalpermeabilität μ_{max} wurden einige Werte angenommen (plausible Kurven (gestrichelt) zu diesen Werten gezeichnet, so daß man den möglichen Verlauf oberhalb der Koerzitivkraft erkennt. Je größer das Verhältnis der Maximalpermeabilität zur Anfangspermeabilität ist, um so deutlicher zeigen sich der gerade Verlauf der Permeabilität über der Induktion (Abb. 1), gekrümmte Verlauf über der Feldstärke (Abb. 2) und die Koerzitivkraft (Abb. 3). Extrapoliert man die Tangente der Kurve $\mu(H)$ in Abb. 2 bis zur Koerzitivkraft, so erreicht man dort die doppelte Anfangspermeabilität. Die Feldstärke H_c ist also hier gleichbedeutend mit der von R. FELDTKELLER [9] definierten Verdoppelungsfeldstärke¹.

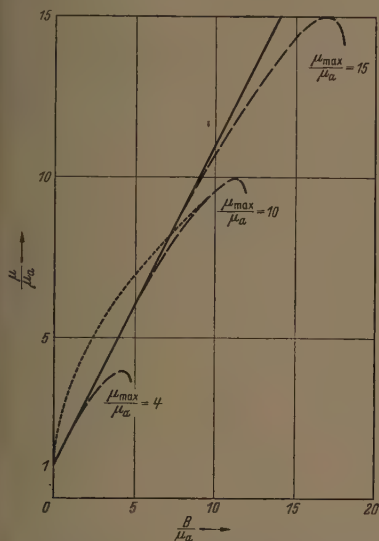


Abb. 1. Angenommene lineare Abhängigkeit der Permeabilität μ von der Induktion B bei verschiedenem Verhältnis der Maximalpermeabilität μ_{max} zur Anfangspermeabilität μ_a .
— — — mögliche Fortsetzung in der Nähe der Maximalpermeabilität;
- - - - - Kurve mit linearer Abhängigkeit von der Feldstärke.

In den Bildern ist zum Vergleich je eine Kurve mit konstanter Steigung $\Delta\mu/\Delta H$ bis in die Nähe der Maximalpermeabilität eingetragen, und zwar für den Fall $\mu_{max}/\mu_a = 10$. Diese Kurve liefert (bei großem μ_{max}/μ_a) einen etwa um den Faktor μ_{max}/μ_a größeren Hystereseeiwert und eine etwa um den Faktor μ_a/μ_{max} geringere Verdoppelungsfeldstärke. Bei einem Stoff, welcher der Gl. (1) bis in die Nähe der Maximalpermeabilität folgt, sind also der Hystereseeiwert und die Koerzitivkraft nicht grundsätzlich miteinander verkoppelt. Tatsächlich wurde für die Eisen-Silizium-Legierung Crafoperm N2 mit Rechteckschleife, deren Permeabilität (bei einem μ_{max}/μ_a von etwa 50) bis nahe zur Maximalpermeabilität linear mit der Feldstärke zunimmt, ein Produkt $h H_c$ von 140 gefunden [7]. (Gleichartig

¹ Die allgemeine Gleichung, welche auch den Fall eines konstanten Anstiegs $\Delta\mu/\Delta H$ umfaßt, lautet

$$H_D = \frac{8}{3h} \text{ bzw. } \frac{8 \cdot \sqrt{2}}{3h}.$$

muß sich das von LORD RAYLEIGH untersuchte „harte schwedische Eisen“ verhalten haben; es hatte eine Anfangspermeabilität von 87, eine Verdoppelungsfeldstärke von 1,2 Oe, eine Koerzitivkraft¹ von mehr

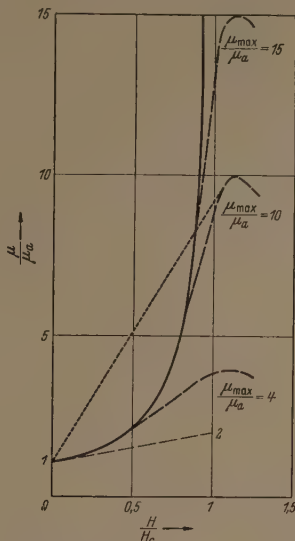


Abb. 2. Abhängigkeit der Permeabilität von der Feldstärke bei linearer Abhängigkeit von der Induktion.
- - - - - Kurve mit linearer Abhängigkeit der Permeabilität von der Feldstärke.

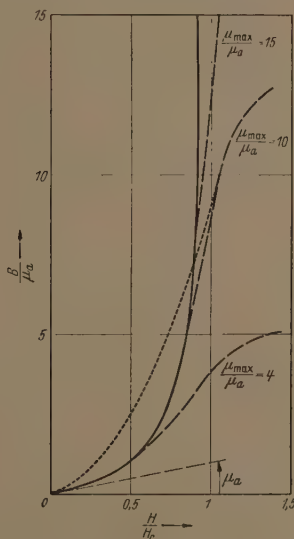


Abb. 3. Theoretische Magnetisierungskurven bei linearer Abhängigkeit der Permeabilität von der Induktion.
— — — mögliche Fortsetzung in der Nähe der Koerzitivkraft H_c bzw. der Maximalpermeabilität μ_{max} ;
- - - - - theoretische Magnetisierungskurve bei linearer Abhängigkeit der Permeabilität von der Feldstärke.

als 10 Oe und ein Produkt $h H_c > 30$.) Im Gegensatz dazu hat die Eisen-Nickellegierung 5000 Z mit rechteckförmiger Magnetisierungsschleife, deren Permeabilität etwa linear mit der Induktion ansteigt, nur ein

¹ Die Koerzitivkraft kann aus den Angaben über die Abhängigkeit der reversiblen Permeabilität von der Feldstärke abgeschätzt werden.

Produkt $h H_c$ von etwa 2, obwohl μ_{\max}/μ_a etwa 100 beträgt.²

Ist das Produkt $h H_c$ groß, so haben die irreversiblen Prozesse der Magnetisierung schon bei kleiner Feldstärke einen wesentlichen Einfluß, andernfalls spielen sie sich mehr in der Nähe der Koerzitivkraft ab. Im ersten Fall ($\Delta\mu/\Delta H = \text{const}$) ist die Belegungsdichte im PREISACH-Diagramm [10] näherungsweise konstant. (Manche Meßergebnisse sprechen dafür, daß dies zutrifft, wenn die Anfangspermeabilität vorzugsweise von Wandverschiebungen verursacht wird.) Im zweiten Fall ist die Besetzung nahe der Koerzitivkraft H_c besonders groß. Daß im zweiten Fall die Magnetisierungsschleife rechteckiger ist, als im ersten, hat schon F. PREISACH [5] erkannt.

Eine Besetzung der PREISACH-Ebene derart, daß die Permeabilität gerade linear mit der Induktion wächst, muß man zunächst als einen Zufall ansehen. Man kann aber ein ähnliches Modell angeben, welches diesen Zusammenhang zwanglos deutet. PREISACH beschreibt bekanntlich die Hysteresevorgänge durch Elementarschleifen, die verschiedene Koerzitivkräfte und verschiedene magnetische Vorspannungen haben. Er trägt die Koerzitivkraft als Abszisse, die magnetische Vorspannung als Ordinate einer homogen besetzten Ebene auf. Die PREISACHSche Annahme einer konstanten Belegungsdichte dieser Ebene wird dadurch gerechtfertigt, daß sich damit gerade das RAYLEIGH-Gesetz ergibt. Man kann die Elementarschleifen aber statt durch die Feldstärke auch — ähnlich wie es NÉEL [10] getan hat — beschreiben durch den Ort, den eine BLOCHWand erreichen muß, damit der betreffende elementare Ummagnetisierungsvorgang stattfindet. An die Stelle der Koerzitivkraft einer Elementarschleife tritt der Wegunterschied der BLOCHWand, an die Stelle der magnetischen Vorspannung die Auslenkung der Wand aus der Ruhelage. Nun trägt man sinngemäß den Wegunterschied als Abszisse, die Auslenkung als Ordinate einer neuen Ebene auf. Offenbar ist der von einer BLOCHWand zurückgelegte Weg ein Maß für ihren Beitrag zur Induktion. Die Achsen des Diagramms erhalten damit nicht mehr eine der Feldstärke (d. h. der auslenkenden Kraft) sondern eine der Induktion (dem Weg) proportionale Teilung. Nimmt man für diese Ebene eine konstante Belegungsdichte an, so ergibt sich anstelle des RAYLEIGHschen Gesetzes ein linearer Anstieg der Permeabilität mit der Induktion. (Passende „Mischungen“ beider Modelle oder inhomogene Besetzungen erlauben es natürlich, jeden beliebigen Verlauf zu beschreiben).

² Es kann sein, daß das Produkt $h H_c$ von 5000 Z etwa den Wert 9 hat, denn nach der Firmenschrift: Weichmagnetische Werkstoffe der Vacuumschmelze AG, Ausgabe 1954, Abb. 7, ergibt sich eine (dynamische) Koerzitivkraft von 0,3 A/cm statt des (statischen) Wertes von etwa 0,1 Oe [7] nach Abb. 6. Damit ändern sich obige Folgerungen nicht.

Die Äste innerer Magnetisierungsschleifen kann man in manchen Fällen durch auf den Umkehrpunkt bezogene Kurven nach Gl. (4) mit dem halben b -Wert annähern, womit man qualitativ das Wachstum der relativen Remanenz über den durch die RAYLEIGHSchleife vorgegebenen Höchstwert von 5000 erfaßt [11].

Für gescherte magnetische Kerne, für Isoperm und für Perminvare gilt die Gl. (9) nicht. Hier ergibt sich ein Produkt $h H_c$ unter 1, weil ein Teil der irreversiblen Magnetisierungsvorgänge im Anfangsgebiet durch den jeweils vorliegenden besonderen Zustand des Stoffes unterdrückt wird.

Zusammenfassung

Während die Permeabilität vieler magnetisierbarer Stoffe bei geringen Feldstärken linear mit der Feldstärke wächst, erhält man in manchen Fällen eine Gerade, wenn man die Permeabilität über der Induktion aufträgt. Setzt man einen mit der Induktion linearen Anstieg der Permeabilität an, so berechnet sich daraus eine hyperbolische Magnetisierungskurve. Deutet man deren Asymptote als die Koerzitivkraft, so erhält man eine quantitative Beziehung zwischen dem JORDANSchen Hysteresebeiwert und der Koerzitivkraft, und zwar ergibt sich das Produkt zu etwa 2. Dieser berechnete Wert stimmt überein mit dem früher aus zahlreichen Messungen gefundenen Mittelwert. Einige Folgerungen aus diesem Ergebnis werden ausgesprochen. Die PREISACHSche Statistik der elementaren Hysteresevorgänge kann so abgeändert werden, daß sich obige Voraussetzung zwanglos deuten läßt.

Literatur. [1] LORD RAYLEIGH: Phil. Mag. **23**, 225 (1887). — [2] JORDAN, H.: Z. techn. Phys. **11**, 2 (1930) und Ann. Phys. **5**, F. **21**, 405 (1934). — [3] In der Literatur finden sich zahlreiche Meßergebnisse für die Permeabilität, die teils über teils über H aufgetragen sind, s. z. B.: v. AUWERS, O.: Gmelins Handbuch der anorganischen Chemie, Eisen, Teil D, Berlin 1936, insbes. die Fig. 108 und 109, S. 138; — BECKER, R. und DÖRING, W.: Ferromagnetismus, Berlin 1939, Abb. 301, S. 41. — BOZORTH, R. M.: Ferromagnetism, Toronto, New York, London 1951, S. 56 bis 343, insbes. die Abb. im Kapitel 5. — [4] JORDAN, H.: Elektr. Nachrichtent. **1**, 7 (1924). — [5] PREISACH, F.: Phys. Z. **33**, 913 (1932); — BECKER, R. und DÖRING, W.: Ferromagnetismus, Berlin 1939, S. 215. — [6] KORNETZKI, M.: Z. angew. Physik, **4**, 343 (1952). — [7] KORNETZKI, M.: Z. angew. Phys. **8**, 127 (1956). — [8] Siehe z. B. KORNETZKI, M.: Z. angew. Phys. **6**, 547 (1954), Fußnote. — [9] FELDTKELLER, F.: Spulen und Übertrager mit Eisenblechkernen, Teil I, Stuttgart 1949, S. 42. — [10] PREISACH, F.: Z. Phys. **94**, 277 (1935); — BECKER, R. und DÖRING, W.: Ferromagnetismus, Berlin 1939, S. 222; — NÉEL, L.: Cahiers de Phys. **12**, 1 (1942) und **13**, 1 (1943). — [11] BOZORTH, R. M.: Ferromagnetism, Toronto, New York, London 1951, Fig. 3—5 und 5—35. — [12] SORGI, G.: Frequenz **8**, 41 (1954). — [13] PETERSON, E.: Bell. Syst. Techn. J. **VII**, 762 (1928).

Dr. MAX KORNETZKI,
Wernerwerk für Bauelemente der
Siemens u. Halske AG., München.

Hysteres-Relaxation und Permeabilität von kohlenstoffhaltigem Silizium-Eisen*

Von FRIEDRICH SCHREIBER

Mit 23 Textabbildungen

(Eingegangen am 2. Mai 1956)

I. Einleitung

1. Geschichtliches

Es gibt im α -Eisen bestimmte gelöste Fremdatome wie Stickstoff und vor allem Kohlenstoff, die nur in Spuren vorhanden sind und dennoch auffallende Nachwirkungserscheinungen hervorrufen.

Zum ersten Mal wurde eine solche Nachwirkung im Jahre 1887 von EWING [1] bemerkt und später unter dem Namen „Desakkommodation“ experimentell weiter erforscht (STEINHAUS [2], ATORF [3], WEBB und FORD [4] u. a.).

Eine andersartige Nachwirkung wurde seit 1936 von MITKEVITSCH [5], SCHULZE [6] und vor allem von LICHTER [7] untersucht. SNOEK und seine Schüler [8] konnten beweisen, daß sowohl die Desakkommodation als die „Richternachwirkung“ ihre Ursache im Verhalten der gelösten Fremdatome haben.

Diese beiden Nachwirkungsarten machen sich durch eine bestimmte Zeit- oder Frequenzabhängigkeit der Induktivitätspermeabilität bemerkbar.

Man versteht nun unter der häufigen Bezeichnung „Kriechen“ eine dritte Nachwirkungsart, die ohne Zweifel auch mit der Existenz der Fremdatome zusammenhängt, aber grundsätzlich nur gleichzeitig mit Hysteresis auftritt. Näheres über die Eigenschaften dieses Phänomens wurde erst in den letzten Jahren durch eine Arbeit von FELDTKELLER [9] bekannt. Danach betrifft das Kriechen nicht allein die Grundwellenpermeabilität, sondern sehr wesentlich auch die Oberwellen der Induktion und die Form der Hystereseschleife.

Dieser ganze Erscheinungskomplex soll in der vorliegenden Arbeit als „Hysteres-Relaxation“ (abgekürzt: H.-R.) bezeichnet werden.

Die systematische Untersuchung der H.-R. umfaßt zwei Aufgabenbereiche:

1. Berechnung des Zusammenhanges zwischen H.-R., Permeabilität und Induktionsoberwellen unter besonderer Berücksichtigung des Anfangs- und Endzustandes der Relaxation. Dabei kann eine zeitabhängige Grenzfeldstärke als Parameter so eingeführt werden, daß die Zeit in allen Gleichungen nur indirekt auftritt (s. Abschnitt 10 u. 13).

2. Betrachtung aller Faktoren, die auf die Größe der Zeitkonstanten der H.-R. einen Einfluß ausüben.

Die vorliegende Arbeit beschränkt sich auf die kurze Wiedergabe einiger Zeitmessungen der H.-R. (s. Abschnitt 2), aus denen sich die Größenordnung der Zeitkonstanten abschätzen läßt, und ist im übrigen der Behandlung des 1. Abschnitts (s. oben) gewidmet. Dabei wird u. a. die hysteresbedingte Permeabilität von kohlenstoffhaltigem Eisen erklärt, deren eigenartige Abweichungen vom RAYLEIGH-Gesetz zuerst durch Messungen von WEBB und FORD [4] im Jahr 1934 bekannt wurden.

In einer späteren Arbeit [16] soll auf das Zeitproblem der H.-R. eingegangen werden.

* Dissertation in der von der Technischen Hochschule Stuttgart genehmigten Fassung.

2. Kurze Beschreibung der Hysteres-Relaxation

Die H.-R. bemerkt man häufig als unangenehme Störung bei der Permeabilitätsmessung an gewöhnlichem Silizium-Blech, das nach dem Entmagnetisieren längere Zeit geruht hat. Abb. 1 zeigt den typischen Zeitverlauf: Bei der Einschaltung des Wechselfeldes $\hat{H} \cos \omega t$ hat die Induktivitätspermeabilität einen Anfangswert $\mu_{LR}(0) = 382 \mu_0$ und steigt dann in den nächsten Minuten und Stunden stetig an, um schließlich einen Endwert $\mu_{LR}(\infty) = 397 \mu_0$ zu erreichen.

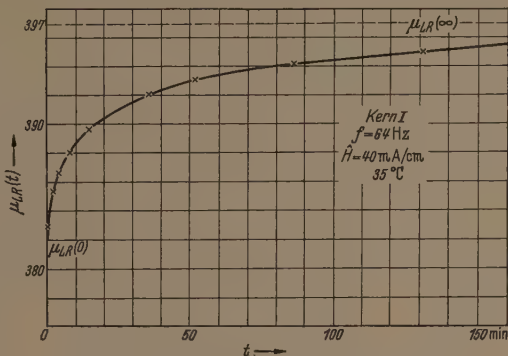


Abb. 1. Die Hysteres-Relaxation wird gekennzeichnet durch einen zeitlichen Anstieg der Induktivitätspermeabilität nach Anlegen einer Wechselfeldstärke zur Zeit $t = 0$.

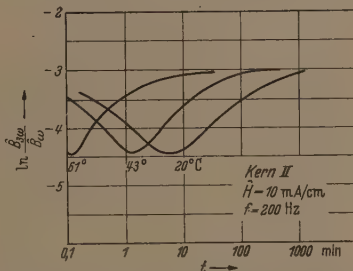


Abb. 2. Die 3. Oberwelle der Induktion erfährt bei Ablauf der Hysteres-Relaxation auffallende Amplitudenänderungen. Die Zeitkonstante des Vorgangs ist stark temperaturabhängig.

Die Zeitfunktion hat Exponential-Charakter mit einer Streuung der Zeitkonstanten von etwa $1:10^3$. Als mittlere Zeitkonstante kann bei 35°C ein Anhaltswert von 10 min gelten. Die Zeitkonstanten sind stark temperaturabhängig, außerdem eine Funktion der Amplitude \hat{H} . Bei Zimmertemperatur gilt ein mittlerer Wert von 100 min.

Bemerkenswert ist, daß die Verlustpermeabilität μ_{RR} nur sehr geringfügige zeitliche Änderungen durchmacht.

Dagegen äußert sich die H.-R. bei den Oberwellen der Induktion durch ausgeprägte Zeiteffekte [9], die mit komplizierten Formänderungen der Hystereseschleife verbunden sind. Abb. 2 zeigt den Betrag der 3. Oberwelle als Funktion der Zeit und macht zugleich

den großen Temperatureinfluß auf den Ablauf der H.-R. deutlich.

Es gibt bereits wichtige Ansätze, um das Verhalten der H.-R. verständlich zu machen.

FELDTKELLER [9] konnte die zuletzt genannten Erscheinungen durch einen leeren Horizontalstreifen im PREISACH-Diagramm [10] erklären, der während des Zeitvorgangs zusammen schrumpft.

SORGER [18] hat zum ersten Mal die Existenz eines solchen Streifens mit der „Théorie du trainage magnétique de diffusion“ von NÉEL [12] in Verbindung gebracht.

Auf diesen Erkenntnissen aufbauend soll das Wesen der H.-R. durch neue Berechnungen und Messungen weiter untersucht werden.

3. Daten der untersuchten Blechkerne

Es handelt sich um zwei ausgewählte Musterkerne, die sich vor allem in der Größe der Hystereskonstanten v_0 stark unterscheiden (Tabelle 1).

Kern I ist ein Trafoperm N_1 -Blech von der Vakuumschmelze (Hanau), das durch besondere Glühbehandlung mit Kohlenstoff angereichert wurde. Kern I zeichnet sich durch gutes „RAYLEIGH-Verhalten“ aus.

Kern II mit 4% Si-Gehalt als Vertreter für das Dynamoblech IV (s. Abschnitt 17) stammt von der Firma Capito & Klein (Düsseldorf).

Tabelle 1. Eigenschaften der Kerne

Eigenschaft:	Kern I	Kern II	Dtm.	Ref.
Siliziumgehalt	2,7	4	Gew. %	
Schlußglühung	8 h 800°C/H ₂	900°C/H ₂		
Abkühlung	langsam im Ofen	?		
Eisenvolumen	15	90	cm ³	
Sättigungsmagnetisierung I_S	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$	Vsec/cm ²	
Anfangspermeabilität μ_{A_0}	320	380	μ_0	
Blechdicke d_E	0,01	0,035	cm	
Wirbelstrom-Grenzfrequenz f_W	140	14	kHz	[13]
Hysteresekonstante v_0	0,8	13,5	$\mu_0/mAcm^{-1}$	[13]
Grenzfeldstärke H_{G_0}	20	6	$mAcm^{-1}$	Gl.(8)
Kriechpermeabilität μ_K	32	160	μ_0	Gl.(24)
Kohlenstoffdichte (gelöst) n_c	$13,5 \cdot 10^{18}$	$4,7 \cdot 10^{18}$	C-Atome cm ³	Gl.(8)
Kohlenstoffgehalt (gelöst) c_α	$3,4 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	Gew. %	

II. Die Nachwirkungsfunktionen von NÉEL

4. Überblick

Die gelösten Fremdatome (z. B. C-Atome) haben ihren Platz in der Mitte der Würfelkanten des Eisengitters [8]. Sie sind allerdings an keinen festen Ort gebunden, sondern springen hin und wieder als Folge ihrer thermischen Energie von einer Kantenmitte zur nächsten (Platzwechsel).

Man darf nun annehmen, daß die Gitterplätze in Richtung der spontanen Magnetisierung I_p energetisch um einen gewissen kleinen Betrag E_N (s. Abschnitt 6) günstiger sind als diejenigen senkrecht dazu und daher im Zeitmittel durch mehr Fremdatome belegt werden. Auf diese Weise ergibt sich ein anisotroper Verteilungszustand der Fremdatome.

Die Verlagerung einer 90°-Wand bedeutet in dem überstrichenen Teil eines Weisschen Bezirkes eine

90°-Umklassung von I_{sp} , also auch eine Vertauschung der energetisch günstigen und weniger günstigen Aufenthaltsplätze. Die Verteilung der Fremdatome muß sich auf diesen neuen Zustand durch eine Folge von Platzwechseln umstellen; das geschieht natürlich nicht sofort, sondern zeitlich-träge. Die Wandverlagerung ist daher anfänglich mit einem Energieaufwand verbunden, der „Nachwirkungsenergie“ heißen soll und allein darin besteht, daß eine gewisse Zahl v Fremdatomen auf eine höhere Energiestufe „gehoben“ werden mußte. Diese Zahl, und damit die Größe der Nachwirkungsenergie, wächst mit der Größe der Wandauslenkung x linear an.

Bei der Verlagerung einer 180°-Wand dagegen gibt es an sich keine Vertauschung von günstigen und weniger günstigen Plätzen, also auch keine Nachwirkungsenergie. Das gilt allerdings nur für große Verlagerungen. Bei Verlagerungen in der Größenordnung der Wanddicke verhält sich die 180°-Wand etwa wie zwei gekoppelte 90°-Wände, und es gibt keinen prinzipiellen Unterschied zwischen den beiden Wandtypen. Das ist wichtig für die Theorie der RICHTERNACHWIRKUNG.

5. Nachwirkungsenergie

Die oben besprochene Wirkung der gelösten C-Atome auf die Beweglichkeit einer Blochwand beschreibt NÉEL [12] mathematisch-exakt durch eine orts- und zeitabhängige Nachwirkungsenergie $e_N(x, t)$ [erg/cm²], die er aus den physikalischen Gegebenheiten systematisch ableitet.

Wir beschränken uns hier auf eine kurze Wiederholung der NÉELschen Ergebnisse, die für die Erklärung der H.-R. wichtig sind. Dabei muß z. T. eine andere Formelsprache benutzt werden.

Für den Fall, daß eine einzelne Wand lange an der Stelle $x = 0$ geruht hat und dann zur Zeit $t = 0$ plötzlich um die beliebige, aber fernerhin konstant bleibende Strecke x verschoben wird, erhält man für die Nachwirkungsenergie eine Funktion von der Form

$$e_N(x, t) = e_N(x, 0) \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau_r}\right). \quad (1)$$

Der Zeitablauf wird bestimmt durch eine Zeitkonstante τ_r , die nach dem ARRHENIUS-Gesetz

$$\tau_r(T) = \tau_r(\infty) \cdot \exp\left(\frac{E_A}{K T}\right) \quad (2)$$

stark temperaturabhängig ist.

Für Kohlenstoff in α -Eisen gelten nach SNOEK [8] folgende Größenordnungen:

$$\left. \begin{aligned} \frac{E_A}{K} &\approx 9200^\circ \text{ K} \\ \tau_r(\infty) &\approx 50 \cdot 10^{-15} \text{ sec} \end{aligned} \right\}$$

und damit für Zimmertemperatur: $\tau_r(293^\circ \text{ K}) \approx 2,5 \text{ sec}$.

Für den Anfangswert ($t = 0$) der Nachwirkungsenergie berechnet NÉEL:

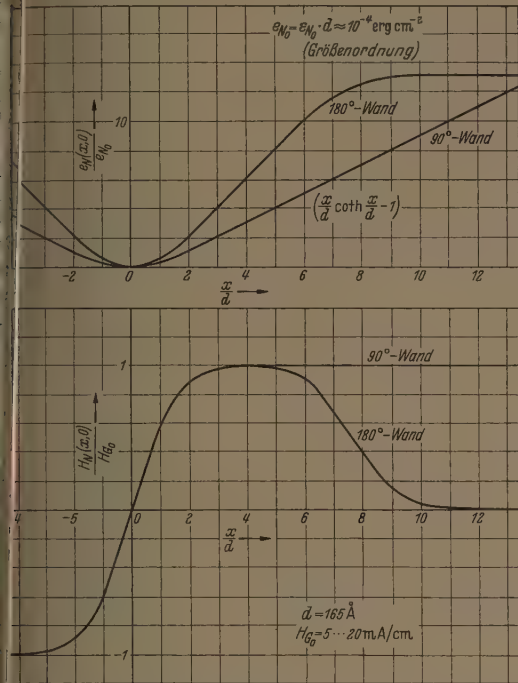
$$e_N(x, 0) = \varepsilon_{N_0} \cdot d \left(\frac{x}{d} \coth \frac{x}{d} - 1 \right) \quad (3) \quad 90^\circ\text{-Wand,}$$

$$= 2\varepsilon_{N_0} \cdot d \left[\frac{\frac{x}{d} \coth \frac{x}{d} - 7,6}{1 - 10^{-6} \cosh^2 \frac{x}{d}} + 6,6 \right] \quad (4) \quad 180^\circ\text{-Wand.}$$

Hierin ist x [cm] die Blochwandauslenkung, $d = 1,65 \times 10^{-6} \text{ cm}$ eine Materialkonstante und ε_{N_0} [erg/cm²] eine Nachwirkungsenergie-dichte, die NÉEL als „énergie de

obilisation W_0 “ bezeichnet hat. Ihre Größenordnung 70 erg/cm^3 .

Abb. 3 zeigt einen solchen Verlauf der Energie $x, 0$), wie er auf Grund der Überlegungen in Abschnitt 4 zu erwarten ist.



bb. 3 u. 4. Die NÉELsche Nachwirkungsenergie und Nachwirkungsfeldstärke beschreiben den Einfluß der Fremdatome auf die Blochwandbeweglichkeit. Gezeigt ist der Anfangszustand ($t = 0$).

6. Nachwirkungsfeldstärke

Nach der bekannten Beziehung

$$H(x) = \left. \begin{aligned} &= \frac{1}{I_S} \frac{\partial e}{\partial x}, \quad 90^\circ\text{-Wand} \\ &= \frac{1}{2 I_S} \frac{\partial e}{\partial x}, \quad 180^\circ\text{-Wand} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

entspricht der Nachwirkungsenergie Gl. (1) eine Nachwirkungsfeldstärke

$$H_N(x, t) = H_N(x, 0) \cdot e^{-t/\tau_r} \quad (6)$$

mit dem Anfangswert ($t = 0$) für die 90° -Wand

$$H_N(x, 0) = H_{G_0} \frac{\sinh 2 \frac{x}{d} - 2 \frac{x}{d}}{\cosh 2 \frac{x}{d} - 1} \quad (7)$$

Diese Funktion ist in Abb. 4 dargestellt: dem Abschnitt konstanter Energiezunahme in Gl. (3) bzw. Abb. 3 entspricht eine konstante Feldstärke von der Größe $\pm H_{G_0}$.

Wie die Gl. (4) und die 180° -Wand Energiekurve in Abb. 3 erkennen lassen, gilt Gl. (7) unverändert auch für die 180° -Wand, aber nur im Aussteuerbereich $x/d \geq 4$. Für $x/d > 4$ dagegen fällt die Anfangsfeldstärke $H_N(x, 0)$ der 180° -Wand rasch ab (s. Abb. 4).

Sehr wichtig ist die als Abkürzung in Gl. (7) eingeführte Größe H_{G_0} . Sie ist identisch mit einer gleichbezeichneten Grenzfeldstärke, die in den nachfolgenden

Berechnungen eine große Bedeutung hat und auch durch Messung leicht bestimmbar ist (s. Abb. 16, 18 und 20).

H_{G_0} ist temperaturabhängig nach der Beziehung [12]:

$$H_{G_0} = \frac{E_{N_0}}{I_S} = \frac{E_N^2 \cdot n_c}{3 I_S \cdot kT} \quad (8)$$

Hierin ist $E_N \approx 0,6 \cdot 10^{-15} \text{ erg}$ das Energiemaß, das die verschiedenen günstigen Aufenthaltsbedingungen für ein C-Atom auf einem Gitterplatz senkrecht und parallel zur Richtung I_{sp} charakterisiert (s. Abschnitt 4; bei NÉEL wird E_N mit w bezeichnet). Da auch die Sättigungsmagnetisierung $I_S \approx 20 \cdot 10^5 \text{ Vsec/cm}^2$ bekannt ist, bietet Gl. (8) die interessante Möglichkeit, den Gehalt an gelöstem Kohlenstoff n_c [C-Atome/cm³] abzuschätzen (s. Tabelle 1 in Abschnitt 3).

III. Der Zusammenhang zwischen Hysteres-Relaxation und Hystereseschleife

7. PREISACH-Diagramm und RAYLEIGH-Gesetz

Als geeignetes Modell für die irreversiblen Verschiebungen einer einzelnen Blochwand kann man das Energiegebirge mit zwei Mulden Abb. 5a betrachten. Hervorgehoben sind die beiden maximalen Steigungen:

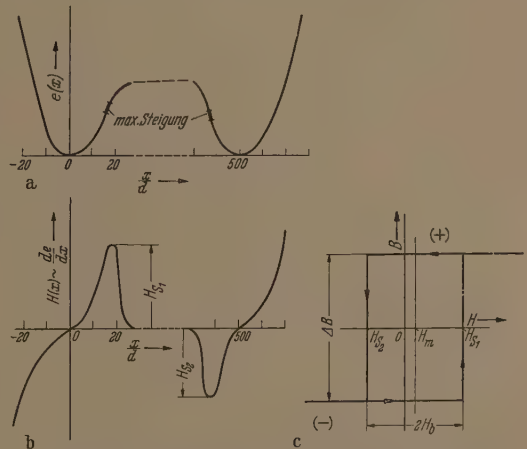


Abb. 5. Das Energiegebirge mit zwei Mulden dient als Modell für den BARKHAUSENSprung einer Blochwand. Den beiden max. Steigungen entsprechen zwei Sprungfeldstärken H_{S1} und H_{S2} .

sobald die Wand unter dem Druck der angelegten Feldstärke eine dieser Stellen überwindet, findet ein BARKHAUSENSprung statt, der mit einer der Sprungweite entsprechenden Induktionsänderung ΔB verbunden ist. Die in Abb. 5a eingezeichnete Sprungweite von $\approx 500 d$ ($d = 1,65 \cdot 10^{-6} \text{ cm}$) entspricht der ungefähren Größe eines WEISSchen Bezirks, während die Breite der Mulden etwa gleich der zwei- bis dreifachen Blochwanddicke angenommen wird. (Blochwanddicke für 90° -Wand: $\approx 4d$, für 180° -Wand: $\approx 12 d$, [14].)

Nach Gl. (5) kann man den maximalen Steigungen zwei Sprungfeldstärken H_{S1} und H_{S2} zuordnen (Abb. 5b) und nun den Elementarakt durch eine Art Rechteckhystereseschleife darstellen (Abb. 5c).

Statt durch das Paar (H_{S1}, H_{S2}) charakterisiert PREISACH [10] die Elementarschleifen der verschiedenen Blochwände durch ihre mittleren Feldstärken

und ihre halben Breiten:

$$H_m = \frac{H_{S1} + H_{S2}}{2}, \quad (9)$$

$$H_b = \frac{H_{S1} - H_{S2}}{2}. \quad (10)$$

In der (H_m, H_b) -Ebene (Abb. 6), dem sogenannten PREISACH-Diagramm, erhält jede dieser Schleifen einen bestimmten Ort zugewiesen, wobei ihr jeweiliger Magnetisierungszustand (wenn nötig) durch ein (+) oder (−) Zeichen unterschieden wird.

Bei einer Erregung des Kerns mit zunehmender Feldstärke H werden in jedem Augenblick alle Schleifen mit $H_m + H_b = H$ ihren Zustand entsprechend dem Vorzeichenwechsel (−) → (+) sprunghaft ändern, bei abnehmender Feldstärke H wechseln umgekehrt alle Schleifen mit $H_m - H_b = H$ ihren Zustand in der Richtung (+) → (−).

Den Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} H_m + H_b &= H \\ H_m - H_b &= H \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

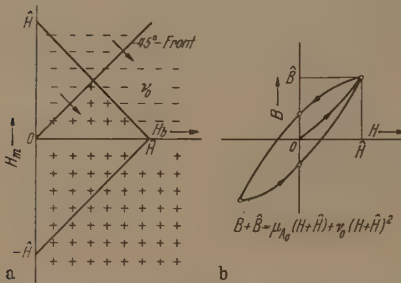


Abb. 6. In der PREISACH-Ebene wird der Magnetisierungszustand jeder Elementarschleife nach Abb. 5c mit dem der makroskopischen Schleife in Zusammenhang gebracht. Bei Annahme einer konstanten Belegungsichte ν_0 entsteht die RAYLEIGHsche Schleife mit Parabelbögen.

entsprechen im PREISACH-Diagramm 45°-Fronten, die bei einem zyklischen Durchlaufen der makroskopischen Hystereseschleife ein rechtwinkliges Dreieck aussteuern.

Die sogenannte „Belegungsichte ν “ mit der Dimension Induktion/(Feldstärke)² ist ein Maß für die Anzahl der sprungbereiten Blochwände pro Flächeneinheit der PREISACH-Ebene.

Auf Grund der Hysteresemessungen von RAYLEIGH [11] hat sich PREISACH veranlaßt gesehen, in einem bestimmten Bereich bei kleinen Feldstärken („RAYLEIGH-Bereich“) die Belegungsichte als konstant anzunehmen: $\nu = \nu_0$.

Mit dieser Annahme ist nämlich jede hysteresebedingte Induktionsänderung einfach proportional der zugehörigen Flächenänderung zwischen den 45°-Fronten, und PREISACH erhält genau den quadratischen Anteil des Hysteresegesetzes von Lord RAYLEIGH, das für den oberen bzw. unteren Ast einer zyklisch angesteuerten Schleife lautet:

$$B \mp \hat{B} = \mu_{A0} (H \mp \hat{H}) + \nu_0 (H \mp \hat{H})^2 \quad (12), \text{ Abb. 6b} \\ (\hat{H} = \text{Maximalfeldstärke}).$$

Die Belegungsichte ν_0 ist also identisch mit der Hysteresekonstanten im RAYLEIGH-Gesetz. Ihre Größe gibt man zweckmäßig in $\mu_0/\text{m A cm}^{-1}$ an (vgl. Tabelle Abschnitt 3).

Das lineare Glied in Gl. (12) berücksichtigt die Permeabilitätsanteile, der durch die elastischen Verschiebungen der nicht springenden Blochwände hervorgerufen wird. Es ist ein offensichtliches, aber nicht selbstverständliches Ergebnis der Messungen von RAYLEIGH, daß die den elastischen Wandverschiebungen entsprechende „elastische Permeabilität μ_e “ in dem nach ihm benannten Aussteuerbereich feldstärkeunabhängig ist und gleich der Anfangspermeabilität μ_0 gesetzt werden darf:

$$\mu_e(\hat{H}) = \mu_{A0} = \text{const}, \quad (12)$$

im RAYLEIGH-Gebiet.

In Abschnitt 16 tritt der Fall ein, daß bei den Materialien mit Fremdatom-Nachwirkung die Gl. (12) nicht mehr erfüllt ist.

Die FOURIER-Zerlegung einer zyklisch angesteuerten Hystereseschleife nach Abb. 6b bzw. Gl. (12) ergibt im $\mu_{LR}(\hat{H}), \mu_{RR}(\hat{H})$ -Diagramm die bekannte „RAYLEIGH-Geraden“ [13], die z. B. in Abb. 18 gestrichelt eingezeichnet sind.

Eine Darstellung des PREISACH-Diagramms befindet sich bei BECKER-DÖRING, S. 221 [15].

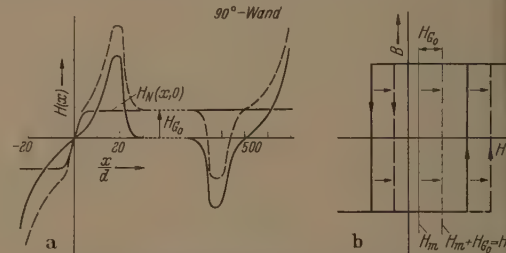


Abb. 7. Die Nachwirkungsfeldstärke der 90°-Wand verschiebt beide Sprungfeldstärken um den Betrag H_{G0} (Anfangszustand).

8. Verschiebung der Sprungfeldstärken durch die Nachwirkung (Anfangszustand)

Die in Abschnitt 5 besprochene NIELSche Nachwirkungswandenergie überlagert sich der zeitlich konstanten Wandenergie der Abb. 5a. Dadurch sind bestimmte Verschiebungen der Sprungfeldstärken H_{S1}, H_{S2} möglich, die zu entsprechenden Veränderungen des gleichmäßig belegten PREISACH-Diagrammes Abb. 6 führen.

Diese Vorgänge werden zunächst für den Anfangszustand ($t = 0$) der Nachwirkungsgrößen dargestellt und zweckgemäß nach Gl. (5) durch Feldstärken ausgedrückt.

90°-Wand

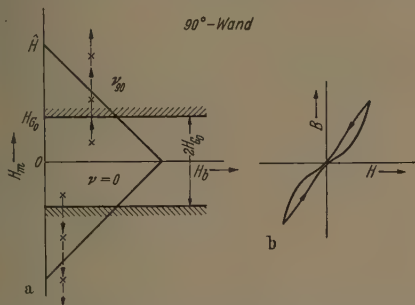
Die Nachwirkungsfeldstärke Gl. (7) wird in Abb. 7 zu der zeitlich konstanten Wandfeldstärke addiert. Man erkennt sofort, daß die beiden ursprünglich vorhandenen Sprungfeldstärken H_{S1}, H_{S2} um den Betrag H_{G0} vergrößert werden. Damit vergrößert sich nach Gl. (8) die mittlere Feldstärke H_m der Elementarschleife ebenfalls um H_{G0} .

$$H_m' = H_m + H_{G0}, \quad (13)$$

während die Breite H_b nach Gl. (10) unverändert bleibt.

Diese Vergrößerung der H_m -Werte betrifft alle 90°-Wände, denn bei homogener Verteilung der Kohlenstoff-Fremdatome wird jede Blochwand ohne Ausnahme von der gleichen Nachwirkungsintensität H_{G0}

ch Gl. (8) betroffen. Die Folge ist, daß in dem nur 90° -Wände gültigen PREISACH-Diagramm (Abb. 8a) alle Bezirke senkrecht nach oben bzw. unten um die Strecke H_{G_0} verdrängt sind. Dadurch entsteht als Anfangszustand längs der H_b -Achse ein leerer Streifen von der Breite $2H_{G_0}$, und man erhält in der zugehörigen Hystereseschleife (Abb. 8b) eine Einbuchtung [9], die nach Größe des Verhältnisses \hat{H}/H_{G_0} sehr deutlich hervortreten kann. (Näheres über die Ermittlung einer derartig verformten Hystereseschleife aus dem PREISACH-Diagramm in Abschnitt 12 bis 14.)



180°-Wand

In Abb. 9a sind die Wandfeldstärke und die Nachwirkungsfeldstärke einer „ausgeruhten“ 180° -Wand unter Beachtung der richtigen Abszissen-Größenverhältnisse eingezeichnet (vgl. Abb. 4 und 5a).

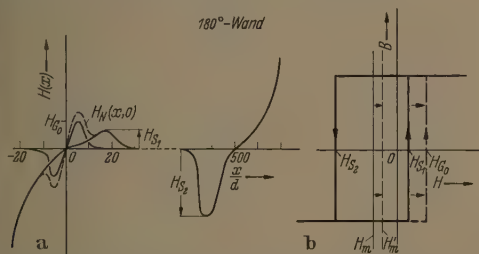


Abb. 9. Überlagerung der zeitlich-konstanten Wandfeldstärke mit der Nachwirkungsfeldstärke der 180° -Wand. Beeinflusst wird nur die Sprungfeldstärke H_{S1} im Fall $H_{G_0} > H_{S1}$ (Anfangszustand).

Man entnimmt dieser Darstellung, daß die Sprungfeldstärke H_{S2} durch die Nachwirkung unbeeinflusst bleibt. Für die andere Feldstärke H_{S1} gilt:

- a) im Fall $H_{S1} \leq H_{G_0}$ keine Beeinflussung,
- b) im Fall $H_{S1} < H_{G_0}$ eine einheitliche Verschiebung $H_{S1} \rightarrow H_{G_0}$ (Abb. 9b).

Das Maximum der Nachwirkungsfeldstärke von der Größe H_{G_0} tritt also als Mindestsprungfeldstärke auf, und bei ihrer Überschreitung werden alle 180° -Wände mit $H_{S1} < H_{G_0}$ sofort und gleichzeitig springen.

Diesen besonderen Verhältnissen wird in dem nur für 180° -Wände gültigen PREISACH-Diagramm Abb. 10a Rechnung getragen durch das hervorgehobene „leere Dreieck“.

Zum Beweis berechnet man mit Hilfe der Gl. (9) und (10) die neuen Koordinaten (H'_m, H'_b) der verscho-

benen Bezirke

$$\left. \begin{aligned} 2H'_m &= H_{G_0} + H_{S2} = H_{G_0} + (H_m - H_b) \\ 2H'_b &= H_{G_0} - H_{S2} = H_{G_0} - (H_m - H_b) \\ H_{G_0} &> (H_m + H_b) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Diesen Gleichungen gemäß werden alle Bezirke des inneren Dreiecks in 45° -Richtung verdrängt und auf den beiden Katheten konzentriert.

Einer solchen Konfiguration des PREISACH-Diagramms entspricht die Hystereseschleife Abb. 10b, die als Eigentümlichkeit zwei Auswüchse zeigt. Dabei

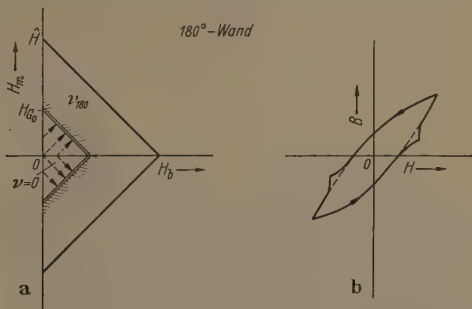


Abb. 10. In dem PREISACH-Diagramm für 180° Wände entsteht auf Grund von Abb. 9 ein leeres Dreieck. Die zugehörige Schleife zeigt zwei kleine Auswüchse (Anfangszustand).

handelt es sich offensichtlich um eine schwache Abweichung von der normalen RAYLEIGH-Schleife (gestrichelt).

9. Die besondere Bedeutung der 90° -Wände

Im normalen PREISACH-Diagramm gibt es keine Unterscheidung zwischen 90° - und 180° -Wänden. Das ist anders in dem aus Abb. 8a und 10a zusammengesetzten Diagramm Abb. 11, in dem ganz allgemein die anfängliche Verteilung der beiden Belegungsichten ν_{90} und ν_{180} dargestellt ist für den Fall, daß Beeinflussung durch Fremdatome vorliegt.

Es ist nun durch zahlreiche Beobachtungen immer wieder bestätigt worden, daß das Auftreten von H.-R. mit einer eingebuchteten Anfangshystereseschleife vom Typ der Abb. 8b verbunden ist. Die oszillographierten Schleifen von Kern II in Abb. 12 dürfen als typisches Beispiel gelten. Dagegen konnten Schleifen mit irgendeiner Ähnlichkeit zu Abb. 10b bisher nicht nachgewiesen werden.

Man darf daher annehmen, daß bei Materialien mit merklicher H.-R. ein echter leerer Horizontalstreifen wie in Abb. 8a vorhanden ist, und daß daher im RAYLEIGH-Feldstärkegebiet vor allem 90° -Wandsprünge ablaufen; die evtl. Sprünge von 180° -Wänden spielen nur eine untergeordnete Rolle. Anders ausgedrückt: Bei diesen Materialien gilt im RAYLEIGH-Gebiet eine Belegungsichte der PREISACH-Ebene $\nu_0 \approx \nu_{90} \gg \nu_{180}$.

Diese Annahme bedeutet eine willkommene Vereinfachung und wird sich bei den Betrachtungen der dynamischen Vorgänge im PREISACH-Diagramm gut bewähren.

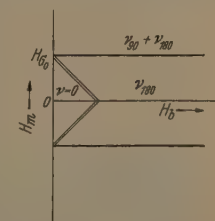


Abb. 11. Aufteilung der Belegungsichte im PREISACH-Diagramm bei gleichzeitiger Berücksichtigung von 90° - und 180° -Wänden (Anfangszustand).

Es entsteht nun die interessante Frage, ob allgemein auch bei anderen Materialien ohne H.-R. die BARKHAUSENSPRÜNGE im RAYLEIGH-Gebiet vorwiegend 90°-Wandsprünge sind. Eine solche These ist auf Grund der hier erörterten Beobachtungen naheliegend, aber nicht beweisbar.

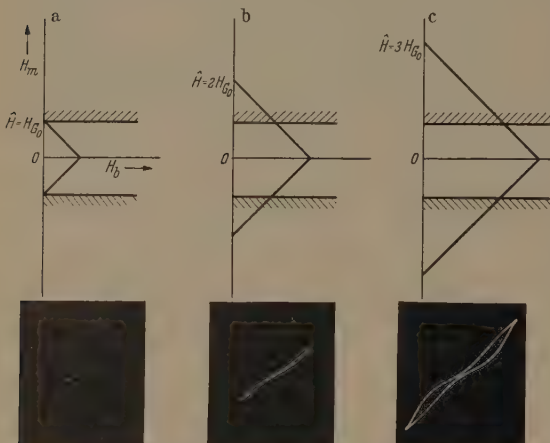


Abb. 12. Die beobachteten Anfangsschleifen ($t = 0$) zeigen die gleiche Einschränkung wie Abb. 8b. Daraus folgt für die betreffenden Materialien, daß die leichten BARKHAUSENSPRÜNGE 90°-Wandsprünge sind.

(Kern II: $H_{G0} = 6 \text{ mA/cm}$).

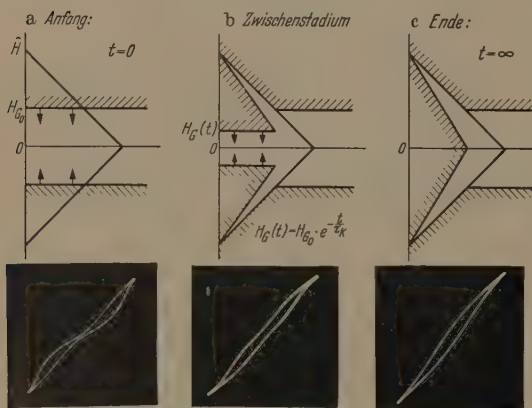


Abb. 13. Die angenommenen dynamischen Vorgänge werden vorläufig bestätigt durch die zugehörigen Hystereseschleifen. Der Endzustand wird durch abgegebene Schleifenspitzen charakterisiert.

(Kern II: $\hat{H} = 18 \text{ mA/cm}$).

Die Sichtbarmachung der Hystereseschleifen auf dem Oszillographenschirm bietet eine einfache Möglichkeit, die Grenzfeldstärke H_{G0} zu bestimmen: H_{G0} hat gleiche Größe wie die Amplitude H , für die gerade noch keine Öffnung der Schleife zu erkennen ist. (Abb. 12a.)

10. Zeitliche Formänderungen der Hystereseschleife

Das von 90°-Wänden belegte PREISACH-Diagramm Abb. 8a darf man als Ergebnis des Abschnitts 9 allen weiteren Betrachtungen der H.-R. zu Grunde legen. Es stellt den Anfangszustand des ausgeruhten Materials dar und setzt als Vorgeschichte voraus, daß jede Blochwand lange Zeit in der gleichen Energiemulde (z. B. der linken in Abb. 5a) verweilt hat, und daß sich

dadurch eine Nachwirkungsenergie bzw. -feldstärke wie in Abb. 7a ausbilden konnte.

Die zur Zeit $t = 0$ angelegte Feldstärke $\hat{H} \cos$ veranlaßt jede einzelne Blochwand innerhalb des angesteuerten Dreiecks Barkhausensprünge auszuführen, d. h. abwechselnd die rechte und linke Energiemulde in unserem Modell aufzusuchen. Sobald dieser Vorgang begonnen hat, setzt eine Neuverteilung der Fremdatome durch Platzwechsel ein, die grundsätzlich nur zu einem Abbau der wirksamen Nachwirkungsenergie führen kann. Damit muß auch die Feldstärke $H_N(x)$ in Abb. 7a bzw. H_{G0} in Gl. (13) abnehmen (Einzeltaten s. [16]).

Die unmittelbare Wirkung dieses Zeitvorganges ist, daß in Abb. 7b die Versetzung der Elementarschleife in die gestrichelte Lage nach und nach rückgängig gemacht wird.

Für das Preisach-Diagramm Abb. 8a folgt daraus Nach Anlegen der Wechselfeldstärke wandert im Innern des angesteuerten Dreiecks jeder anfänglich um H_{G0} verschobene Bezirk in Richtung seines „Ursprungs ortes“, d. i. der Ort, an dem sich der Bezirk ohne Nachwirkungseinfluß befinden würde, zurück.

Das bedeutet für die horizontalen Begrenzungen geraden des leeren Streifens eine Bewegung von oben und unten auf die H_0 -Achse zu: Die anderen Bezirke folgen nach, und es vollzieht sich eine Schrumpfung des leeren Streifens, wodurch gleichzeitig die Einbuchtung der Hystereseschleife abnimmt [9].

Zugleich aber beginnen sich längs der beiden 45° Begrenzungen des angesteuerten Dreiecks zwei neue leere Streifen auszubilden, weil alle dort zur Zeit $t = 0$ befindlichen Bezirke in Richtung H_0 -Achse abwandern, ohne daß von außerhalb des angesteuerten Dreiecks andere Bezirke nachrücken können. Denn außerhalb des Dreiecks finden nur reversible Verschiebungen, aber keine BARKHAUSENSPRÜNGE statt, die zu einer Änderung des „status quo“ führen könnten.

In Abb. 13 sind die verschiedenen Zustände des PREISACH-Diagramms im Anfangs-, Zwischen- und Endstadium dargestellt; sie werden bestätigt durch die besonderen Formen der zugehörigen oszillographierten Hystereseschleifen. Eine weitere wichtige Bestätigung liefert die FOURIERZERLEGUNG im IV. Abschnitt, die auf der Grundlage der Abb. 13b durchgeführt wird.

Die anwachsenden leeren Zipfel in Abb. 13b bewirken ein zunehmendes Abbiegen der Schleifenspitzen, so daß man an das Bild einer Sättigungshystereseschleife erinnert wird. Natürlich hat dieser Effekt nichts mit einer echten Sättigung zu tun, denn es handelt sich ausschließlich um Erscheinungen im RAYLEIGH-Feldstärkegebiet.

Das Zusammenschrumpfen des leeren Streifens wird im wesentlichen durch eine Funktion

$$H_G(t) = H_{G0} \cdot e^{-t/\tau_K} \quad (15)$$

beschrieben. Die Zeitkonstante τ_K (Index K von „Kriechen“), durch die der zeitliche Ablauf der H.-R. beherrscht wird, hat bei Zimmertemperatur eine Größenordnung von 100 Minuten (vgl. Abschnitt 2). Ihr Zusammenhang mit der Zeitkonstanten τ , Gl. (2) und der sog. Verweilzeiten im PREISACH-Diagramm wird an anderer Stelle [16] untersucht. Dabei wird auch die spitz zulaufende Form der leeren Streifen in Abb. 13a abgeleitet.

11. Hystereseschleife mit vierfacher Einbuchtung

Einen Beweis für die Gültigkeit der soeben beobachteten Zustände im PREISACH-Diagramm liefert das folgende einfache Experiment.

Eine Wechselfeldstärke $\hat{H}_1 \cos \omega t$ hat lange Zeit den untersuchten Kern gewirkt. Dadurch haben sich wie in Abb. 13c die leeren Zipfel entlang der 45° -Linien ausgebildet und verursachen im Bild der Hystereseschleife die abgebogenen Spitzen (Abb. 14a).

Durch eine plötzliche Amplitudensteigerung $\hat{H}_1 \rightarrow \hat{H}_2$ werden anschließend an die leeren Zipfel zwei neue „gefüllte“ Streifen in den Aussteuerbereich miteingezogen (Abb. 14b).

Eine solche absonderliche Verteilung der Belegung im PREISACH-Diagramm müßte eine Hystereseschleife mit einer leichten vierfachen Einbuchtung hervoringen. Das Oszillogramm Abb. 14b zeigt, daß dieser Effekt tatsächlich zu beobachten ist.

IV. FOURIER-Zerlegung

12. Aufgabe

Die Beobachtung der besonderen Formen einer Hystereseschleife auf dem Oszillographenschirm ist nützlich für eine erste Orientierung über den Zustand des PREISACH-Diagramms (Abb. 13).

Sehr viel genauer läßt sich die Form einer Schleife und damit das zugehörige PREISACH-Diagramm beurteilen, wenn man die bei periodischer Aussteuerung entstehenden Grund- und Oberwellen der Induktion berechnen und zum Vergleich messen kann.

Für die Messung kommen u. a. die bewährten Brückenmethoden in Betracht. Für die Berechnung muß man im Prinzip ähnlich verfahren wie bei der FOURIER-Zerlegung der normalen RAYLEIGH-Schleife [13], [15], nur ist jetzt die Gleichung eines Schleifenastes mit den Einbuchtungen und verformten Spitzen eine kompliziertere Funktion und zudem zeitlich veränderlich.

Einer solchen Berechnung kommt große Bedeutung zu. Denn die auf diese Weise ermittelten zeitabhängigen Induktionsamplituden sind die Größen, an deren Kriechen man die H.-R. vor allem bemerken kann.

Für die Grundwelle empfiehlt sich dabei eine Darstellung der Induktion in Form der komplexen Permeabilität, weil diese mit einem Faktor versehen direkt auf den komplexen Widerstand führt [13].

13. Aufstellung der Flächenfunktion

Das PREISACH-Diagramm Abbildung 13b ist in Abb. 15 noch einmal in allen Einzelheiten dargestellt.

Zur Normierung werden alle H.-Größen durch die Amplitude \hat{H} der vorgegebenen Wechselfeldstärke

$$H(\omega t) = \hat{H} \cos \omega t \quad (16)$$

dividiert und mit h bezeichnet, also:

$$h(\omega t) = \frac{H(\omega t)}{\hat{H}} = \cos \omega t, \quad h_{G_0} = \frac{H_{G_0}}{\hat{H}} \text{ usw.} \quad (17)$$

Wie weit die H.-R. fortgeschritten ist, hängt ab von der augenblicklichen Breite des zusammenschrumpfenden, leeren Streifens. Das Maß hierfür ist nach Gl. (15) die zeitlich abnehmende Grenzfeldstärke $h_G(t) = h_{G_0} \cdot e^{-t/\tau_K}$ mit dem Anfangswert $h_G(0) = h_{G_0}$ (Abb. 13a) und dem Endwert $h_G(\infty) = 0$ (Abb. 13c).

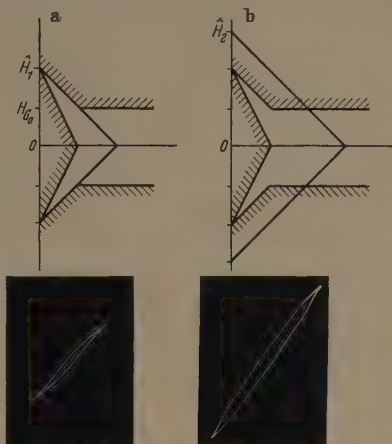


Abb. 14. Die Beobachtung einer Schleife mit vierfacher Einbuchtung bestätigt ebenfalls das PREISACH-Diagramm Abb. 13c.
(Kern II: $\hat{H}_1 = 12$, $\hat{H}_2 = 18$ mA/cm)

Bei Zimmertemperatur ist während einer Periodendauer $T = \frac{2\pi}{\omega}$ die Veränderung von $h_G(t)$ vernachlässigbar klein, weil $\tau_K > T$.

Die Gleichung des unteren Astes der Hystereseschleife wird für jeden Zeitpunkt t , d. h. für jeden $h_G(t)$ -Wert, bestimmt durch die Reihenfolge und Gestalt der belegten oder leeren Flächenstücke, die die 45° -Front nach Gl. (11) bei ihrem Weg von unten nach oben durch das Aussteuerdreieck überstreicht.

Im Interesse einer einfachen Fourier-Integration empfiehlt es sich, jedes Flächenstück bis zur obersten Grenze $h = +1$

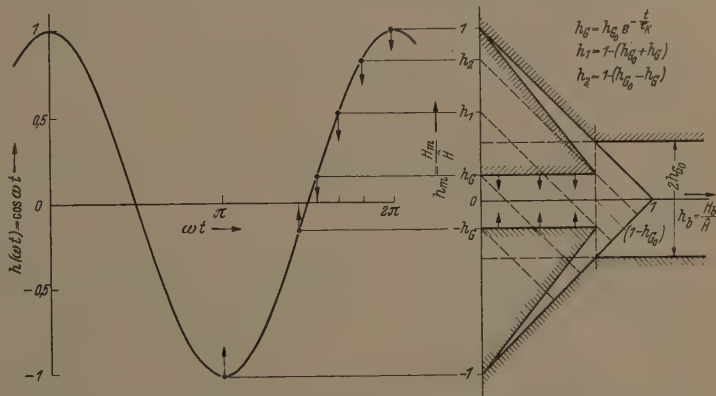


Abb. 15. Geometrische Einzelheiten des PREISACH-Diagramms Abb. 13b zur Aufstellung der Flächenfunktion Gl. 18 und der Gleichung der Hystereseschleife (Grundlage der FOURIER-Zerlegung). Gestrichelt sind einige besondere Lagen der 45° -Front.

durchlaufen zu lassen, es zählen dann belegte Flächen positiv, unbelegte negativ:

$$F(h) = -\hat{F} \left[+\frac{1}{2} p_1 (\hat{h} + 1)^2 - \frac{1}{2} (\hat{h} + \hat{h}_G)^2 + \frac{1}{2} (\hat{h} - \hat{h}_G)^2 \right] + \frac{1}{2} p_2 (\hat{h} - \hat{h}_1)^2 - \frac{1}{2} p_3 (\hat{h} - \hat{h}_2)^2 \quad (18)$$

Die in dieser Gleichung angegebenen Grenzen bezeichnen den Gültigkeitsbereich des betreffenden Gliedes und sind auf der h_m -Achse in Abb. 15 vermerkt.

Die Abkürzungen bedeuten:

$$\left. \begin{aligned} h_G &= h_{G0} \cdot e^{-t/\tau_K}, \quad h_{G0} < 1, & p_1 &= \frac{1 - h_{G0}}{2 - (h_{G0} + h_G)}, \\ h_1 &= 1 - (h_{G0} + h_G), & p_2 &= \frac{1 - h_G}{2 - (h_{G0} + h_G)}, \\ h_2 &= 1 - (h_{G0} - h_G), & p_3 &= \frac{1 - h_G}{h_{G0} - h_G}, \\ \hat{F} &= \frac{1}{2} (1 - h_{G0}) (1 - h_G), \end{aligned} \right\} (19)$$

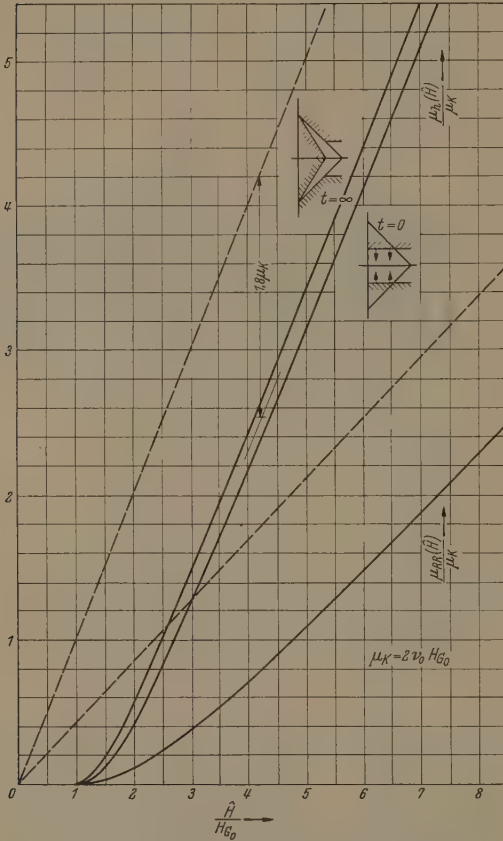


Abb. 16. Die berechnete Amplitudenabhängigkeit der Permeabilitäten. Zeitabhängig ist nur der hysteresebedingte Anteil μ_h der Induktivitätspermeabilität.

Die Faktoren p_1, p_2, p_3 sind „dimensionslos“. Mit \hat{F} wird die Gesamtfläche eines der beiden belegten Dreiecke in Abb. 15 bezeichnet. Diese Fläche ist proportional der entstehenden Maximalinduktion \hat{B} (s. Abschnitt 14), und Gl. (18) erfüllt dementsprechend die Bedingungen:

$$F(-1) = -\hat{F}, \quad F(+1) = +\hat{F}.$$

14. Gleichung der Hystereseschleife

Während der H.-R. vergrößert sich im PREISACH-Diagramm Abb. 15 die belegte Gesamtfläche \hat{F} nach Gl. (19), ohne daß die im Anfangszustand (Abb. 13a) vorhandene Zahl der springenden Blochwände zunimmt. Die ursprüngliche Zahl verteilt sich also auf eine ständig größer werdende Fläche, und das bedeutet eine abnehmende Belegungsichte ν , die umgekehrt proportional sein muß dem Verhältnis aus jeweiliger

Fläche $\hat{F}(h_G)$ und ursprünglicher Fläche $\hat{F}(h_{G0})$:

$$\nu(h_G) = \nu_0 \frac{\hat{F}(h_{G0})}{\hat{F}(h_G)} = \nu_0 \frac{1 - h_{G0}}{1 - h_G(t)}.$$

ν_0 ist die ursprüngliche Belegungsichte in Abb. 13a und zugleich die Hysteresekonstante, deren Bestimmung aus dem geraden Teil der $\mu_{LR}(\hat{H})$ -Kurve möglich ist (Abb. 18, 20).

Mit dem ν -Wert Gl. (20) läßt sich die Gleichung unteren Astes der Hystereseschleife sofort angeben:

$$B = 4 \nu \hat{H}^2 \cdot F(h),$$

und die Flächenfunktion $F(h)$ nach Gl. (17) zeigt damit nachträglich ihre eigentliche Bedeutung. Der obere Ast der Schleife ist mit dem unteren spiegelbildlich identisch.

Die Hystereseschleife nach Gl. (21) vermag je nach Größe des Parameters $h_G(t)$ eine der verschiedenen Formen in Abb. 13 anzunehmen. Der zweite wichtige Parameter in Gl. (17) bzw. (17) ist die ursprüngliche Grenzfeldstärke $h_{G0} = H_{G0}/\hat{H}$. Diese Größe bestimmt nämlich, wie ausgeprägt die typischen Verformungen der Schleifen in Abb. 13 erscheinen. Je größer h_{G0} im Vergleich zu H_{G0} , umso schwächere Verformungen, und geringer ist auch die Auswirkung der H.-R.

15. Hysterese-Relaxation und Permeabilität

Die in Abschnitt 12 geplante FOURIER-Bestimmung der Induktionsamplituden wird im folgenden für eine Grundwelle durchgeführt. Dabei werden zahlreiche Zwischenrechnungen ausgelassen und nur die Definitionsgleichungen und Endformeln mitgeteilt.

a) Grundwelle in Phase mit $\hat{H} \cos \omega t$

Definition aus Gl. (21):

$$\begin{aligned} \hat{B}_\omega &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} B(\omega t) \cos \omega t \cdot d(\omega t) \\ &= 4 \nu \hat{H}^2 \frac{2}{\pi} \int_0^{2\pi} F(\omega t) \cos \omega t \cdot d(\omega t). \end{aligned} \quad (22)$$

Diese Amplitude führt auf den hysteresebedingten Anteil der Induktionspermeabilität $\mu_{LR} = \mu_e + \mu_h$:

$$\mu_h = \frac{\hat{B}_\omega}{\hat{H}} = \frac{2}{\pi} (1 - h_{G0}) \left\{ \frac{h_1}{1 + h_1} (\pi - \arccos h_1) + \frac{h_2}{1 - h_2} \arccos h_2 + \frac{1}{3} \sqrt{1 - h_1^2} \frac{2 + h_1^2}{1 + h_1} - \frac{1}{3} \sqrt{1 - h_2^2} \frac{2 + h_2^2}{1 - h_2} \right\} 2 \nu_0 \hat{H} \quad (23)$$

h_1, h_2 s. Gl. (19).

Um einen Überblick über die Eigenschaften dieser Funktion zu gewinnen, wird man zunächst die beiden Sonderfälle $t = 0$ und $t = \infty$ betrachten, die in Abb. 16 in Abhängigkeit von $\hat{H}/H_{G0} = 1/h_{G0}$ dargestellt sind. Normierungsgröße auf der Ordinate ist die für ein gegebenes Material konstante „Kriechpermeabilität“:

$$\mu_K = 2 \nu_0 \cdot H_{G0}. \quad (24)$$

Die Kurven $t = 0$ und $t = \infty$ verlaufen gleichartig. Erst für $\hat{H} > H_{G0}$ erfolgt ein Anstieg. Das muß so sein, denn innerhalb des leeren Streifens finden keine BARHAUSENSprünge statt (Abb. 12a). Für $\hat{H} > 3 H_{G0}$ gehen beide Kurven in Parallelen zur RAYLEIGH-Geraden $2 \nu_0 \hat{H}$ über.

Bei konstant gehaltener Amplitude \hat{H} äußert sich H.-R. durch ein zeitliches Ansteigen der Permeabilität μ_h entsprechend dem Übergang von der unteren Kurve zur oberen. Abb. 17 zeigt, wie für ein festes Verhältnis $1/h_{G_0} = \hat{H}/H_{G_0}$ dieser Vorgang von der Streifenbreite $h_G(t) = H_G(t)/H_{G_0}$ abhängt. Die kleinen Werte \hat{H}/H_{G_0} ergeben natürlich relativ größere Änderungen.

Die Gl. (23) ist damit bereits vollständig auswertet.

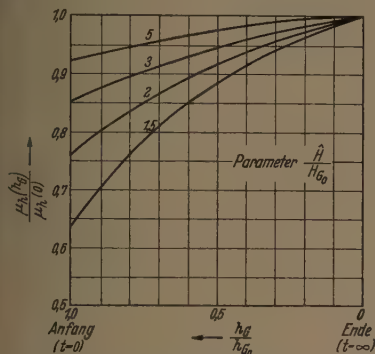


Abb. 17. Berechneter Übergang zwischen den beiden Grenzkurven $t = 0$ und $t = \infty$ der Abb. 16 als Funktion der Streifenbreite des PREISACH-Diagramms Abb. 13 bzw. 15.

b) Grundwelle um 90° phasenverschoben gegen $\hat{H} \cos \omega t$

Definition aus Gl. (21)

$$\hat{B}_\omega'' = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} B(\omega t) \sin \omega t \cdot d(\omega t). \quad (25)$$

Der Amplitude \hat{B}_ω'' entspricht die Verlustpermeabilität μ_{RR} , die dem Flächeninhalt der Hystereseschleife proportional ist. Bei der Berechnung ergibt sich, daß die augenblickliche Streifenbreite $h_G(t)$ aus der Endformel herausfällt, die dadurch eine besonders einfache Form erhält:

$$\mu_{RR} = \frac{\hat{B}_\omega''}{\hat{H}} = (1 - h_{G_0})^3 \frac{4}{3\pi} 2\nu_0 \hat{H}. \quad (26)$$

Dieses Ergebnis bedeutet, daß beim Ablauf der H.-R. die Verlustpermeabilität und damit die Fläche der ihre Gestalt so auffallend verändernden Hystereseschleife konstant bleibt.

Die Feldstärkeabhängigkeit von μ_{RR} ist in Abb. 16 miteingezeichnet. Der Verlauf der Kurve ist ähnlich wie der von μ_{LR} , aber der Übergang in eine Parallele zur RAYLEIGH-Geraden $\frac{4}{3\pi} 2\nu_0 \hat{H}$ ist nicht ganz so eindeutig.

Die Kriechpermeabilität μ_K nach Gl. (24) soll als geeignetes Maß für die Intensität der H.-R. eingeführt werden, denn sie bringt auf einfache Weise zum Ausdruck, daß die Grenzfeldstärke H_{G_0} , d. h. nach Gl. (8) der Kohlenstoffgehalt, und die Hysteresekonstante ν_0 gemeinsam bestimmend sind für das Ausmaß dieser Nachwirkung.

16. Vergleich mit Messungen der Grundwellen-permeabilität

Abb. 18 läßt erkennen, daß die gemessene Verlustpermeabilität μ_{RR} von Kern I tatsächlich einen sol-

chen Verlauf hat wie in Abb. 16. Bei Berücksichtigung der für diesen Kern gültigen Normierungsgrößen $H_{G_0} \approx 20 \text{ mA/cm}$ und $\mu_K = 32 \mu_0$ nach Gl. (24) kann man die berechnete und gemessene Kurve befriedigend zur Deckung bringen. Die Übereinstimmung gilt vor allem in dem Punkt, daß μ_{RR} nur unwesentlich am Kriechen teilnimmt.

Nicht ganz so einfach liegen die Verhältnisse bei der Induktivitätspermeabilität $\mu_{LR} = \mu_e + \mu_h$,

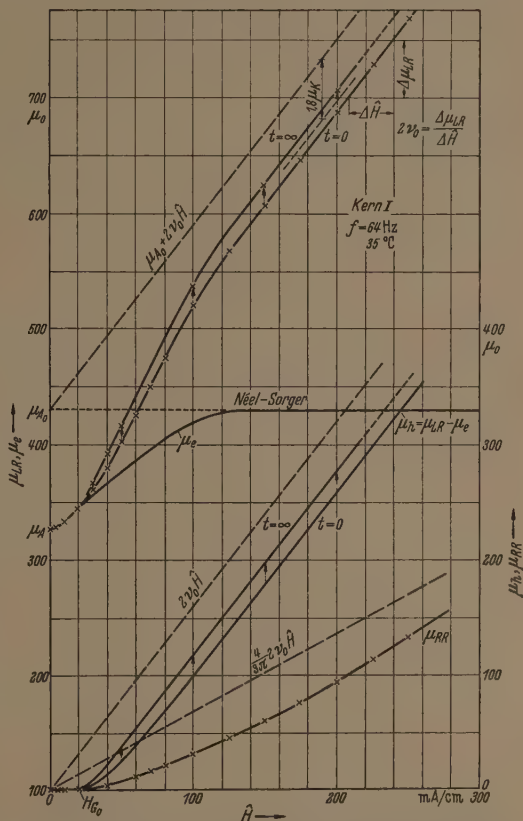


Abb. 18. Die gemessenen Permeabilitäten von Kern I stimmen mit der Berechnung gut überein, wenn man von μ_{LR} die elastische Permeabilität μ_e (nach NEEL-SORGER) subtrahiert. (Vgl. Abb. 16 mit $H_{G_0} = 20 \text{ mA/cm}$, $\mu_K = 32 \mu_0$).

deren S-förmiger Anstieg zum ersten Mal von WEBB und FORD [4] gemessen wurde. Die berechnete Kurve in Abb. 16 bedeutet nur den Hystereseeanteil μ_h , während in der Messung zwangsläufig auch der Anteil μ_e als Folge der elastischen Wandverschiebungen mitgehalten ist. Eine Trennung der beiden Teile ist wünschenswert.

Wie wirkt sich die Fremdatom-Nachwirkung auf die elastisch-bewegten Wände aus? Eine Beeinflussung ist auf zweierlei Weise möglich:

a) Bei Temperaturen $100 - 150^\circ \text{C}$ beobachtet man eine charakteristische Frequenzabhängigkeit der elastischen und insbesondere der Anfangspermeabilität $\mu_A(\omega) = \mu_e(\omega)|_{\hat{H} \rightarrow 0}$, genannt Richternachwirkung [6], [7], [17]. Bei Zimmertemperatur ist allerdings die mittlere Relaxationsfrequenz ω_m dieser Nachwirkung so niedrig (Größenordnung 10^{-3} Hz), daß man praktisch immer unter der Bedingung $\omega \gg \omega_m$ arbeitet.

b) In diesem Frequenzgebiet $\omega \gg \omega_m$ läßt sich als Abweichung von Gl. (12a) eine charakteristische Amplituden-

abhängigkeit der elastischen Permeabilität $\mu_e(\hat{H})$ feststellen, und es ist dieser Nachwirkungseinfluß, der für den S-förmigen Anstieg der μ_{LR} -Kurve in Abb. 1 verantwortlich ist.

Anschaulich kann man sich den Zustand $\omega \gg \omega_m$ als eine so schnelle Hin- und Herbewegung der Blochwand vorstellen, daß die Fremdatome keine Gelegenheit haben, sich durch Platzwechsel umzugruppieren. Folglich kann sich die Nachwirkungsenergie bei allen elastisch bewegten Wänden zeitlich nicht ändern, sie bleibt auf dem anfänglichen Wert $e_N(x, 0)$ der Abb. 3, und es muß für die einzelne Wand ein nichtlinearer B/H -Zu-

sammenhang gelten (Abb. 4 mit $x \sim B$).

NÉEL [12] und SORGER [18] haben die amplitudenabhängige Permeabilität $\mu_e(\hat{H})$ in ihrem prinzipiellen Verlauf aufgeklärt (s. insbesondere [18] Abb. 5), und es ergibt sich, daß man nur diese NÉEL-SORGERSCHE Funktion $\mu_e(\hat{H})$ in geeignetem Maßstab in Abb. 1 einfügen und von der gemessenen Permeabilität $\mu_{LR}(\hat{H})$ abziehen muß, um als Dif-

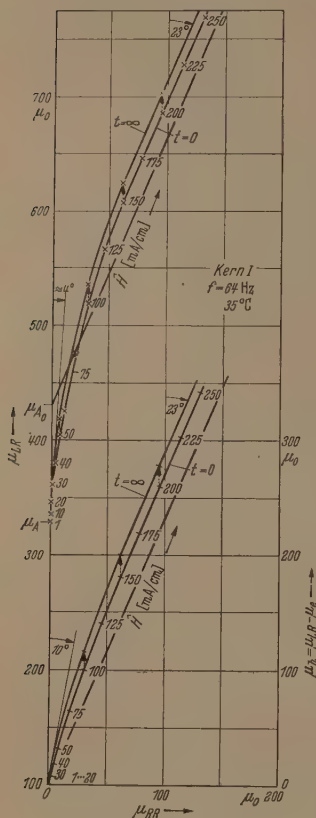


Abb. 19. Komplexe Darstellung der Permeabilität von Kern I. Nach Abzug von μ_e vergrößert sich der Anfangshysteresewinkel. Der Übergang in eine Gerade mit 23° Neigung bedeutet gutes RAYLEIGH-Verhalten.

$\mu_h(\hat{H}) = \mu_{LR} - \mu_e$ zu erhalten, der mit dem berechneten $\mu_h(\hat{H})$ in Abb. 16 gut übereinstimmt.

Eine solche Differenzbildung wurde für Kern I in Abb. 18 durchgeführt und damit darf man auch von der gemessenen Funktion $\mu_{LR}(\hat{H})$ sagen, daß sie befriedigend an die Theorie der H.-R. angeschlossen ist.

Ein sorgfältiger, quantitativer Vergleich zeigt allerdings, daß der absolute Unterschied zwischen den beiden Kurven $t = 0$ und $t = \infty$ bei der Messung um einen Faktor 1,5 ... 2 größer ausfällt, als es nach der Berechnung (Abb. 16) zu erwarten wäre. Diese Abweichung muß zum Teil auf die vereinfachenden Annahmen im PREISACH-Diagramm Abb. 15 zurückgeführt werden, zum Teil auf die apparativen Schwierigkeiten, die Amplitude \hat{H} mehrere Stunden lang hinreichend konstant zu halten. Um hier durch verkürzte Meßdauer eine Verbesserung zu erzielen, wurde die Temperatur der Probe auf 35° C erhöht.

In Abb. 19 ist die Information der Abb. 18 in der gewohnten komplexen Form dargestellt. Schon früher oft im Zusammenhang mit der H.-R. beobachtete relativ kleine Anfangshysteresewinkel $\alpha_A \approx 4^\circ$ verdoppelt sich ungefähr nach Zug der elastischen Permeabilität μ_e , während zugleich die Anfangs-Feldstärkeskala noch mehr zusammenschrumpft.

Eine wirklich zuverlässige Angabe von α_A — etw. als Maß für die Intensität der Fremdatom-Nachwirkung — ist wohl kaum möglich und zweckmäßig. Das allein richtige Intensitätsmaß ist das Produkt aus der Grenzfeldstärke H_{G_0} und der Hysteresekonstante v_0 nach Gl. (24). (H_{G_0} ist in Abb. 19 der Parameterwert für den Punkt, an dem sich die Ortskurve von der μ_{LR} -Achse abzusetzen beginnt.)

Zu beachten ist noch in Abb. 18 die richtige Festimmung der Anfangspermeabilität μ_{A_0} , die ohne Nachwirkungseinfluß wirksam wäre. Nach Abb. 16 ergibt sich diese Größe als Schnittpunkt der Ordinatenachse mit der Verlängerung des geraden Teils d.

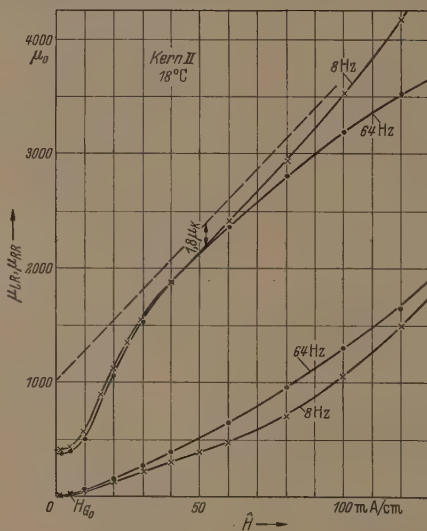
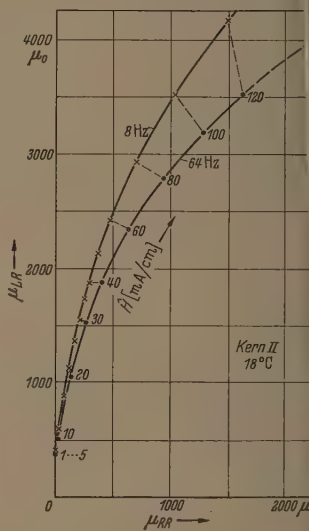


Abb. 20 u. 21. Die gemessenen Permeabilitäten von Dynamoblech IV zeigen bei der Meßfrequenz von 8 Hz besseres RAYLEIGH-Verhalten als bei 64 Hz. ($H_{G_0} = 6$ mA/cm, $\mu_K = 160 \mu_0$)



$\mu_{LR}(\hat{H})$ -Kurve, sondern mit der RAYLEIGH-Gerade $\mu_{A_0} + 2 v_0 \hat{H}$, die im vertikalen Abstand von ungefähr $1,8 \mu_K$ parallel zu diesem geraden Teil verläuft.

17. Die Permeabilität von Dynamoblech IV

Kern II eignet sich besonders gut zum Studium von Dynamoblech IV, weil er dessen Merkmal einer großen Hysteresekonstanten in starken Maße aufweist: $v_0 = 13,5 \mu_0/\text{mA cm}^{-1}$. (Die normalen Werte sind etwa ein Viertel so groß.)

Aus diesem Grund hat Kern II nach Gl. (24) ein Kriechpermeabilität $\mu_K = 160 \mu_0$, die wesentlich größer ist als bei Kern I, und das, obwohl die Grenzfeldstärke H_{G_0} und damit nach Gl. (8) der Kohlenstoffgehalt bei Kern II um den Faktor 3 kleiner ist (s. Tabelle 1 in Abschnitt 3). Die H.-R. tritt daher bei diesen Blechsorten stark in Erscheinung.

Die Permeabilitätsfunktionen $\mu_{LR}(\hat{H})$ und $\mu_{RR}(\hat{H})$ von Dynamoblech IV müssen bei genügend niedriger

quenzen gemessen werden. Das geht aus den Abb. 20 und 21 deutlich hervor, in denen zwei getrennte Messungen bei 8 und 64 Hz dargestellt sind. (Die Aufstellung der $\mu_{LR}(\hat{H})$ -Kurve in die beiden Äste $t = 0$ und $t = \infty$ ist für die nachfolgende Betrachtung unwichtig und daher nicht gemessen worden.) Die 64 Hz-Kurven zeigen zwei Besonderheiten, die man als „schlechtes RAYLEIGH-Verhalten“ bezeichnen möchte:

a) die μ_{LR} -Kurve geht nicht wie in Abb. 18 für kleine \hat{H} -Werte in einen linearen Abschnitt über, aus dem man den Anstieg man die Hysteresekonstante v_0 bestimmen könnte,

b) die μ_{RR} -Kurve steigt so stark an, daß sie nicht in Abb. 18 um einen Faktor $\frac{4}{3\pi}$ flacher als die μ_{LR} -Kurve verläuft, sondern fast parallel zu dieser (45°-Steigung).

Bei der niedrigen Meßfrequenz von 8 Hz dagegen verhalten sich die Verhältnisse auffallend in Richtung „gutes RAYLEIGH-Verhalten“ gebessert, und eine Auswertung der Kurven ähnlich wie bei Kern II in Abschnitt 16 — vor allem die Bestimmung von v_0 — ist jetzt durchaus möglich.

Eine solche Frequenzabhängigkeit der Permeabilitäten ist erstaunlich, denn die 64-Hz-Grundwelle liegt weit unterhalb der Wirbelstromgrenzfrequenz f_w [13], die für Dynamoblech IV ($d_B = 0,035$ cm) mit etwa 10 KHz angegeben wird. Doch müssen u. U. Wirbelstromabschätzungen, die für die Anfangspermeabilität ($\hat{H} \rightarrow 0$) richtig sind, erheblich korrigiert werden, wenn Hysteresemitspielt. Auf folgende Weise wäre ein Wirbelstromeffekt als Ursache für die Anomalie der 64-Hz-Kurven in Abb. 20 denkbar:

Alle im Induktionsspektrum vorhandenen Oberwellen erzeugen Wirbelströme höherer Frequenz im Eisen und sind dadurch einer Wirbelstromdämpfung unterworfen, die mit zunehmender Ordnungszahl stark wächst. Die so entstehende Oberwellenverlustleistung, die den Kern erwärmt, muß vom Generator als eine Grundwellenleistung dem Kern zugeführt werden, da die Feldstärke und damit der Strom durch die Erregerwicklung mit der Grundfrequenz sinusförmig angeprägt sind.

Eine Beeinflussung der Grundwellenpermeabilität durch die wirbelstromgedämpften Oberwellen ist also prinzipiell vorhanden und könnte im vorliegenden Fall wegen der großen Hysteresekonstanten auch quantitativ eher ins Gewicht fallen als bei anderen Materialien.

Daß tatsächlich der Klirrfaktor von Dynamoblech IV mit zunehmender Amplitude \hat{H} stärker als bei anderen Materialien gedämpft wird, wurde schon von KÄMMERER [19] und HOFFMANN [20] durch Messung festgestellt. HOFFMANN fand u. a., daß diese abnorme Dämpfung bei 80 Hz noch wirksam war, bei 20 Hz dagegen bedeutend abgenommen hatte.

18. Dritte Oberwelle der Induktion

Bei der Grundwelle äußert sich die H.-R. nach Abb. 1 durch eine zeitliche Zunahme der Permeabilität μ_{LR} mit Start und Ziel auf den beiden Kurvenästen $t = 0$ bzw. $t = \infty$ in Abb. 16, 18 und 19.

Diesen Zeitvorgang kann man dank der Empfindlichkeit und Stabilität der Meßbrücken gut verfolgen. Doch handelt es sich im Grunde um einen kleinen Effekt, und in den vielen Fällen, wo es nur auf die Feldstärkeabhängigkeit der Permeabilitäten ankommt, kann man ohne weiteres auf die Aufspaltung in die Äste für $t = 0$ und $t = \infty$ verzichten und statt dessen durch normale, fortlaufende Messung eine mittlere

$\mu_{LR}(\hat{H})$ -Kurve bestimmen, die zwischen den beiden Ästen liegt. Von dieser Möglichkeit wurde bereits in Abb. 20 und 21 Gebrauch gemacht.

Es ist nun bekannt [9], daß die Oberwellen der Induktion bei Ablauf der H.-R. größere und kompliziertere zeitliche Änderungen erfahren als die Grundwelle. Wenn es gelingt, auch solche Oberwellen zu berechnen, und vergleichend zu messen, so bedeutet das eine weitere kritische Prüfung der im PREISACH-Diagramm Abb. 15 bzw. Abb. 13 gemachten Annahmen.

Das Induktionsspektrum der sinusförmig mit $H(\omega t) = \hat{H} \cos \omega t$ angesteuerten Schleife nach Gl. (21) ent-

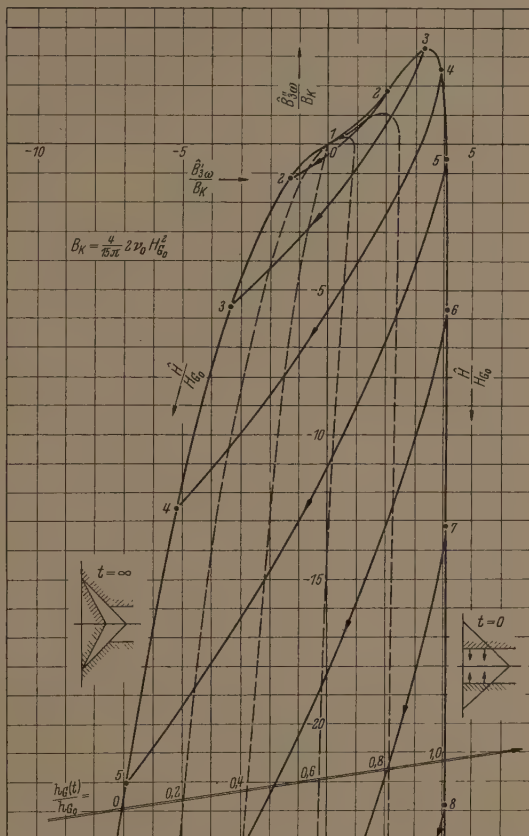


Abb. 22. Komplexe Darstellung der berechneten 3. Oberwelle der Induktion. Bei konstanter Amplitude \hat{H} äußert sich die H.-R. durch einen Übergang von der rechten zur linken Grenzkurve. Dabei wird für $H < 4 \hat{H}_{G0}$ ein Betragsminimum durchlaufen (vgl. Abb. 2).

hält prinzipiell keine geradzahligen Oberwellen, weil die Zeitfunktion $B(\omega t)$ der Form $f(\omega t) = -f(\pi + \omega t)$ genügt. Von den ungeradzahligen kann im folgenden nur die dritte Oberwelle behandelt werden, weil der Rechenaufwand bei der FOURIER-Zerlegung mit der Ordnungszahl erheblich zunimmt.

3. Oberwelle, Teilschwingungen $\hat{B}_{3\omega} \cos 3\omega t$ und $\hat{B}_{3\omega}'' \sin 3\omega t$

Berechnung der FOURIERkoeffizienten aus Gl. (21):

$$\left. \begin{aligned} \hat{B}_{3\omega} \\ \hat{B}_{3\omega}'' \end{aligned} \right\} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} B(\omega t) \begin{aligned} \cos 3\omega t \\ \sin 3\omega t \end{aligned} d(\omega t). \quad (27)$$

Nach verschiedenen Umformungen ergeben sich fol-

gende Endformeln:

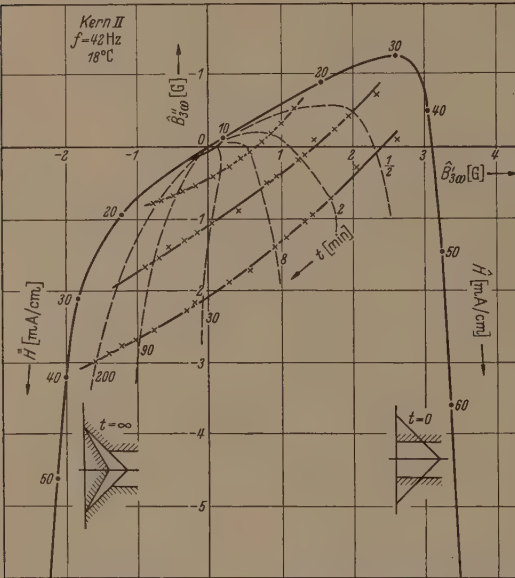
$$\hat{B}_{3w} = (1 - h_{G_0}) [(1 - h_1)^{5/2} \cdot (1 + h_1)^{3/2} - (1 - h_2)^{3/2} \cdot (1 + h_2)^{5/2}] \frac{4}{15\pi} 2 \nu_0 \hat{H}^2 \quad (28)$$

und

$$\hat{B}'_{3w} = - (1 - h_{G_0})^3 [3 (1 - h_{G_0})^2 - 2 (1 - h_{G_0})^2 - 15 h_{G_0}] \cdot \frac{4}{15\pi} 2 \nu_0 \hat{H}^2. \quad (29)$$

h_0, h_1, h_2 s. Gl. (19).

Die numerische Auswertung dieser Formeln ist in der Ortskurvenschar Abb. 22 ausgedrückt. Man erkennt eine Reihe von Kurven mit festem Parameter $\hat{H}/H_{G_0} = 1/h_{G_0}$, die zwischen zwei Grenzpunkten $t = 0$



u. a. erkennen, daß die Induktivitätspermeabilität μ_K während des Ablaufs der Hysterese-Relaxation zunimmt, während die Verlustpermeabilität zeitlich konstant bleibt. Diese beiden Merkmale werden experimentell bestätigt. Die berechnete 3. Oberwelle zeigt bei Ablauf der Relaxation übereinstimmend mit der Messung starke Amplituden- und Phasenänderungen, die sich am besten in der komplexen Ebene darstellen lassen. Dabei finden auch frühere Beobachtungen über das zeitliche Verhalten des Klirrfaktors von Dynamoblech eine Erklärung.

Als Intensitätsmaß für die Hysterese-Relaxation wird eine Kriechpermeabilität $\mu_K = 2 \nu_0 \cdot H_G$, definiert, die beide Faktoren, die Hysterese konstante ν_0 und die Grenzfeldstärke H_G , welche dem Gehalt an gestemtem Kohlenstoff proportional ist, können durch Messungen leicht bestimmt werden.

Ich danke meinem verehrten Lehrer, Herrn Professor Dr. R. FELDTEKLER, für alle Förderung dieser Arbeit.

Literatur. [1] EWING, J. A.: Phil. Trans. Roy. Soc. 176, 554 (1885) und Proc. Roy. Soc. 46, 276 (1889). — [2] STEINHAUS, W.: Handbuch d. Physik, Springer 1927, 187. — [3] ATORF, H.: Z. Phys. 76, 513 (1932). — [4] WEBB, C. E.: und L. H. FORD: Journ. Inst. El. Eng. 75, 787 (1934). — [5] MITKEVITSCH, A.: J. Phys. Radium 7, 133 (1936). — [6] SCHULZE, H.: Wiss. Veröff. Siemens 17, 39 (1938). — [7] RICHTER, G.: Ann. d. Phys. 29, 605 (1937). — [8] SNOEK, J. L.: Physica 5, 663 (1938) und New developments in ferromag. materials, Elsevier, Amsterdam 1947. — [9] FELDTEKLER, R.: Z. angew. Phys. 4, 281 (1952). — [10] PREISACH, F.: Z. Physik 94, 227 (1935). — [11] Lord RAYLEIGH, Phil. Mag. 23, 225 (1887). — [12] NÉEL, L.: J. Phys. Radium 5, 249 (1952). — [13] FELDTEKLER, R.: Spulen und Übertrager Bd. I, Hirzel 1949. — [14] NÉEL, L.: Cahiers de Physique 25, 1 (1944). — [15] BECKER, R. und W. DÖRING: Ferromagnetismus, Springer 1939. — [16] SCHREIBER, F.: Die Zeitkonstanten der Hysterese-Relaxation (in Vorbereitung). — [17] WILDE, H.: Frequenz 3, 309 (1949). — [18] SORGER, G.: Frequenz 8, 41 (1954). — [19] KÄMMERER, H.: F. T. Z. 2, 201 (1949). — [20] HOFFMANN, G.: A. E. Ü. 6, 99 (1952).

Dr. FRIEDRICH SCHREIBER,
Institut für Elektrische Nachrichtentechnik
der Technischen Hochschule Stuttgart

Über das Tiegelproblem bei Langzeitglühung von Germanium

Von WOLFRAM BÖSENBERG

Mit 4 Textabbildungen

(Eingegangen am 11. Mai 1956)

In der Halbleitertechnik sind hohe Anforderungen an die Reinheit der Ausgangsstoffe zu stellen. Bei reinem Germanium z.B. ist die Konzentration der dotierenden Verunreinigungen kleiner als $2 \cdot 10^{-9}$ Atomteile. Das zur Verarbeitung benötigte Tiegelmaterial muß daher wenigstens spektralrein sein. Außerdem darf es mit der Halbleitersubstanz weder legieren noch reagieren.

Bei den Legierungs- und Diffusionsprozessen, die immer größere technische Bedeutung gewinnen, wird der feste Halbleiterstoff längere Zeit geglüht. Dabei können unerwünschte Stoffe, insbesondere Kupfer [1], Zinn [2] und Nickel [2], [3] rasch eindiffundieren und den Germanium-Kristall verunreinigen, d.h. den ursprünglichen spezifischen Widerstand erniedrigen.

1. Tiegelmaterial

Als Tiegelmaterial für die Halbleitertechnologie sind besonders Quarzglas und spektralreiner Graphit geeignet. Diese Stoffe werden hier einzeln und kombiniert verwendet. Als sehr wichtig erwies sich schon bei der Kurzzeitglühung [4] bis etwa 15 Minuten eine sehr sorgfältige Reinigung der Tiegeloberflächen, wodurch die Verunreinigung durch Kupfer von $\geq 1 \cdot 10^{-6}$ auf $\leq 2 \cdot 10^{-9}$ herabgedrückt wurde.

Aus einer Reihe von Versuchen werden die folgenden herausgegriffen, Abb. 1 bis 4. Ein (an der Oberfläche wie im Innern nicht verunreinigtes) Stück eines Germanium-Einkristalls befindet sich entweder auf einer reinen Quarzglas- (Abb. 1 und 2) oder auf einer reinen Graphitunterlage (Abb. 3 und 4). In allen Fällen wird der Germanium-Kristall durch Strahlung geheizt.

Die Quarzrohre werden 15 Minuten lang mit kochendem Königswasser p.a. gereinigt und dann sehr sorgfältig mit doppelt destilliertem Wasser ausgespült. Der

Graphit wird nach der Bearbeitung zwei Stunden bei einer Temperatur von 1500 bis 1600°C im nachgereinigten Wasserstoff-Strom ausgeglüht.

Die Germanium-Kristalle werden jeweils bei ca. 900°C geglüht und danach in ca. 30 bis 50 Sekunden auf eine Temperatur unter 500°C abgeschreckt, um den Gleichgewichtszustand der hohen Temperatur (größere maximale Löslichkeit [5]) einzufrieren. Aus dem spezifischen Widerstand gewinnt man quantitativ die Konzentration der (dotierenden) Verunreinigungen.

2. Ergebnisse

Für Langzeitglühungen (100 bis 200 Stunden) bei 900°C ergeben sich die folgenden spezifischen Widerstände:

Anordnung	Unterlage	Heizungsquelle	spez. Widerstand n. Abschr.	Verunreinigungs-konzentrationen ¹	Literatur
Abb.			$\Omega \text{ cm}$	Atomteile	
1	Quarzglas	Rohrform	5	$1,5 \cdot 10^{-9}$	[6], [7]
2	Quarzglas	Glühender + Graphit	25	$3 \cdot 10^{-9}$	
3	Graphit	Rohrform + Quarzglas („heiß“) ²	5	$1,5 \cdot 10^{-9}$	[7]
4	Graphit	Glühender + Quarzglas („kalt“) ²	45	$\leq 2 \cdot 10^{-9}$	[7]

3. Diskussion

Man kann eine Quarzanordnung für die Langzeitglühung von Germanium bei hohen Temperaturen nur dann mit geringer Verunreinigungsgefahr für das Ger-

¹ Meßgrenze bei Zimmertemperatur: $2 \cdot 10^{-9}$ Atomteile.

² Wegen der Bezeichnung „heiß“ und „kalt“ vgl. Ende vom Abschnitt 3.

manium verwenden, wenn die Quarzoberflächen innen wie außen während der Glühdauer sauber gehalten werden. Bei Rohrofenheizung ist das aber nur bedingt möglich (Abb. 1).

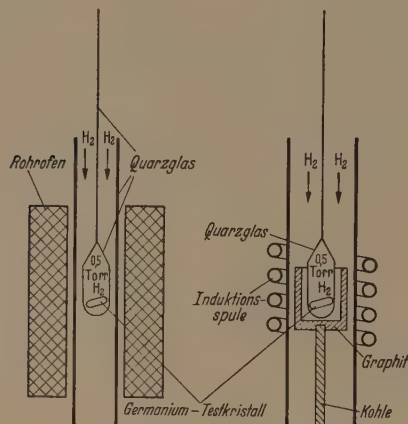


Abb. 1.

Abb. 2.

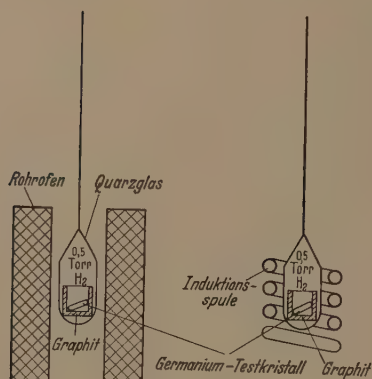


Abb. 3.

Abb. 4.

Abb. 1—4. Prüfung der Reinheit von Quarzglas (Abb. 1 und 2) und von Graphit (Abb. 3 und 4) als Unterlage bei der Langzeitglühung von Germanium, das durch Strahlung auf etwa 900°C erhitzt wird.

Nach früheren Versuchen schienen die obigen Verunreinigungen mit einer Konzentration von $1,5 \cdot 10^{-8}$ Atomteilen aus dem Quarzvolumen zu stammen. Der Versuch mit der Anordnung entsprechend Abb. 2 widerlegt diese Ansicht. Aus der Umgebung (Graphittiegel) kommen keine Verunreinigungen, wie ein Null-

versuch¹ zeigt. Die geringere Änderung des spezifischen Widerstandes von ≥ 45 auf $25 \Omega \text{ cm}$ (Abb. 2) statt von ≥ 45 auf $5 \Omega \text{ cm}$ (Abb. 1) zeigt eindeutig, daß die Diffusion von Verunreinigungen durch die heiße Quarzwandung größer ist als bisher angenommen wurde [6], [7]. Daher ist es auch wahrscheinlich, daß die restlichen Verunreinigungen bei der Anordnung Abb. 2 ($25 \Omega \text{ cm}$ anstatt $\geq 45 \Omega \text{ cm}$) von außen eindiffundiert sind.

Die Graphitunterlagen bei den Anordnungen Abb. 3 und 4 müssen gegen Oxydation geschützt werden. Das geschieht hier durch Einschmelzen mit Wasserstoff gefüllte Quarzampullen. Die bei der Anordnung von Abb. 3 feststellbaren Verunreinigungen stammen nicht primär vom Graphit, sondern diffundieren durch die heiße Quarzummhüllung zu Germanium.

Bei der Anordnung von Abb. 4 bleibt die effektive Temperatur der Quarzwandung tiefer als bei Erhitzung der Ampulle im Rohrofen. Damit wird auch die Diffusion durch die Quarzwandung geringer. Es lassen sich innerhalb der Meßgenauigkeit von $2 \cdot 10^{-9}$ Atomteilen keine Verunreinigungen nachweisen. Dadurch wird auch gezeigt, daß durch das Schutzgas und durch das Abschmelzen der Ampullen keine zusätzliche Verunreinigungen eingeschleppt werden. Graphit ist also besonders als Unterlage für eine Langzeitglühung von Germanium geeignet.

Herrn Prof. Dr. K. SEILER möchte ich für die Anregung dieser Arbeit, sowie für einige Diskussionen danken.

Literatur. [1] FULLER, C. S., H. C. THEURER u. W. VAN ROOSBROECK: Phys. Rev. **85**, 678 (1952). — FULLER, C. S. u. J. D. STRUTHERS: Phys. Rev. **87**, 526 (1952). — FULLER, C. S. u. J. D. STRUTHERS, J. A. DITZENBERGER u. K. B. WOLFSTERN: Phys. Rev. **93**, 1182 (1954). — [2] VAN DER MAESEN, F., H. PENNING u. A. VAN WIERINGEN: Philips Res. Reports **8**, 24 (1953). — [3] VAN DER MAESEN, F. u. J. A. BRENNKMAN: Philips Res. Reports **9**, 225 (1954). — [4] SLICHTER, W. P. u. E. D. KOLB: Phys. Rev. **86**, 527 (1952). — SEILER, K., D. GEIST, K. KELLER u. K. BLANK: Naturw. **40**, 56 (1953). — BLANK, K., Diplomarbeit T. H. Stuttgart 1953. — BLANK, K., D. GEIST u. K. SEILER: Z. Naturf. **9a**, 515 (1954). — LOGAN, R. A.: Phys. Rev. **91**, 757 (1953). — LOGAN, R. A. u. M. SCHWARTZ: Phys. Rev. **96**, 46 (1954). — [5] THURMOND, C. D.: J. Phys. Chem. **57**, 827 (1953). — THURMOND, C. D. u. J. D. STRUTHERS: J. Phys. Chem. **57**, 831 (1953). — [6] BÖSENBERG, W.: Z. Naturf. **10a**, 285 (1955). — [7] BÖSENBERG, W.: Dissertation T. H. Stuttgart 1955.

DR. WOLFRAM BÖSENBERG

Standard Elektrik AG., Gleichrichter- und Bau-
elementewerk SAF Nürnberg, Platenstraße 66

¹ Hierbei wird ein Germanium-Kristall (ohne die Quarzampulle) direkt im Graphittiegel der Abb. 2 geglüht. Gegenüber der Anordnung der Abb. 4 wird hierbei strömender Wasserstoff als Schutzgas verwendet. Nach Abschrecken ergibt sich ein spezifischer Widerstand von $\geq 45 \Omega \text{ cm}$, es lassen sich also keine Verunreinigungen nachweisen.

Präzisionsbestimmung der Gitterkonstanten* (III—V)**

VON HERMANN WEYERER

Mit 6 Textabbildungen

(Eingegangen am 20. Mai 1956)

III. Das Rückstrahlverfahren mit Planfilm

Von den verschiedenen Untersuchungsverfahren zur Bestimmung der Gitterkonstanten ist die Planfilm-Rückstrahlmethode besonders bequem und für alle Bereiche der Praxis geeignet, vornehmlich dort, wo Materialien mit großen oder ungünstigen Abmessungen vorliegen oder wo die Substanzen einer Formänderung oder Zerkleinerung nicht unterworfen werden können. Sie hat jedoch mit der symmetrisch-ausschließenden Aufnahmemethode den Nachteil eines relativ kleinen Winkelbereichs gemeinsam, so daß eine Anwendung auf bekannte Strukturen beschränkt bleiben muß.

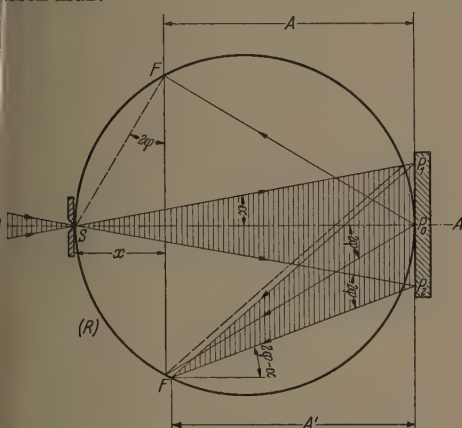


Abb. 1. Das Rückstrahlverfahren mit ebenem Film FF und planem Präparat P. Linienabstand $e = FF'$.

Bei den vorliegenden Versuchen soll einmal eine Genauigkeitssteigerung der Rückstrahlmethode erreicht, zum anderen auf die Frage eingegangen werden, welche Genauigkeit bei Messungen, die unter erschwerten Bedingungen in der Praxis ausgeführt werden, erwartet werden kann.

Fehlermöglichkeiten des Rückstrahlverfahrens

Beim Rückstrahlverfahren [1] kann zum Einhalten der Fokussierungsbedingung für die Blendenverchiebung x in sehr guter Annäherung $x = A \tan^2 2\varphi$ eingesetzt werden (gültig für Zentralstrahlen, s. Dreieck P_0F in Abb. 1). Die äquatorialen Randstrahlen dagegen schneiden sich im Abstand A' . Aus Abb. 1 ergibt sich durch 2faches Ausrechnen der bestrahlten Präparatbreite $P_1 P_2$

$$\begin{aligned} (A \Delta)_\varphi &= A - A' = (A + x) \cdot \cos^2 2\varphi \\ &= \frac{2(A + x) \cdot \tan \alpha}{\tan(2\varphi + \alpha) - \tan(2\varphi - \alpha)} \\ &= (A + x) \cdot \sin^2 2\varphi \cdot \tan^2 \alpha \approx x \cdot \tan^2 \alpha, \quad (1) \end{aligned}$$

was für Rückstrahlstrahlen eine stets vernachlässigbare Korrektur darstellt.

* Amtliche Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt Braunschweig.

** Die Abschnitte I u. II sind in Z. angew. Phys. erschienen.

Der Einfluß der verschiedenen Meßfehler ΔA (A Abstand Präparat-Film) und Δe (e Linienabstand auf dem Film) auf den Wert der Gitterkonstanten a wird nach [1] in der Form

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{\tan \varphi \cdot \cos^2 2\varphi}{4 \cdot A} \{ \Delta e - \tan 2\varphi \cdot \Delta A \} \quad (2)$$

beschrieben. Die Meßfehler (Abstandsfehler, Absorption, Filmschichtdicke, Filmschrumpfung, apparat-

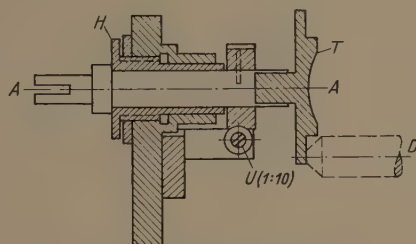


Abb. 2. Präparatsträger für die Rückstrahlkamera.

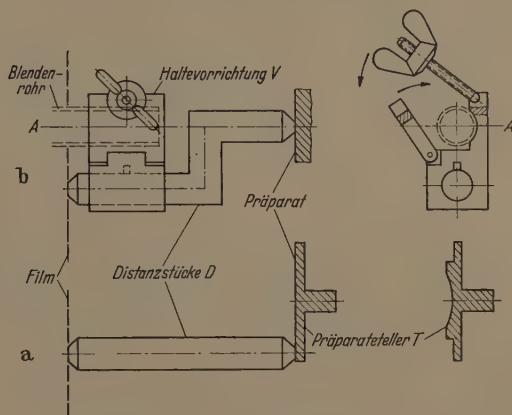


Abb. 3. Vorrichtung für die Abstandsbestimmung Film-Präparat.

tive Ungenauigkeiten) können durch eine Extrapolation gegen $\varphi = 0$ eliminiert werden. Wegen der Brechkorrektur und der vertikalen Strahlendivergenz, der möglichen Unsymmetrie der Röntgenlinien, der Linienvermessung und der Temperaturkontrolle sei auf Teil I und II verwiesen.

Apparatur und Versuchsführung

Die verwendete Rückstrahlkamera war fest auf einer Schiene montiert, auf welcher mittels eines eigenen Fußes der Präparatsträger in Strahlenrichtung verschoben werden kann. Filmhalter und Präparatteller sind genau parallel ausgerichtet. Der Präparatteller T (Abb. 2), dessen Drehachse im Mittelstrahl AA des Primärbündels liegt, kann durch ein vertikales Anheben so weit exzentrisch gelagert werden, daß die bei seiner Rotation belichtete Präparatoberfläche maximal vergrößert wird. Ein Schneckenrad U untersetzt

die Drehbewegung im Verhältnis 1:10. Der Präparat-träger wird zum Feineinstellen des Abstandes von Film und Präparat mit der Handschraube H in Strahlen-richtung bis zum Anschlag an das Distanzstück D verschoben. Bei Verwendung der in Abb. 2 und 3 gezeigten Präparatteller ist es zweckmäßig, das in Abb. 3a gezeichnete Abstandsmaß zu nehmen, welches zugleich eine Überprüfung der Parallelstellung von Film und Tellerrand erlaubt. Für Untersuchungen an ausgedehnten Werkstücken, besonders im Fall einer Schrägeinstrahlung, ist dagegen das in Abb. 3b skizzierte mit seiner Spitze auf der Achse AA liegende Distanzstück besser geeignet. Es wird mit Hilfe der Vorrichtung V seitlich auf den Blendenhalter gesetzt und nach der Einstellung des Abstandes ebenso wieder entfernt. Die verschiedenen Distanzstücke sind auswechselbar und stehen genau senkrecht zum Film. Um eine gute Reproduzierbarkeit zu erhalten, wird entweder eine Prüffolie (beschwerte Kunststoff-

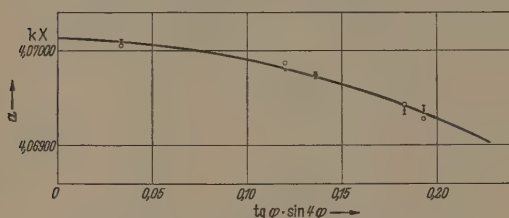


Abb. 4. Goldpulver, Reinheitsgrad 99,998%, Rückstrahlmethode mit Planfilm, Cu-, Cr-, Ni-Strahlung, Temperatur 25,19° C.
(I) Unsicherheit von 0,02 mm in der Linienvermessung.
o Photometerwerte.

Tabelle 1. Goldpulver (Reinheitsgrad 99,998%) Rückstrahlverfahren mit Planfilm. Temperatur 25,19° C, Einschichtfilm, $A = 60,20$ mm Schlitzblende $0,3/1,2$ mm², Kupfer, Nickel und Chromstrahlung.

hkl	φ	$\text{tg } \varphi \cdot \sin \varphi$	a [k X] (Maßuhrmaßstab)	a [k X] (Photometer)
Ni (422) α_1	5,3095	0,0337	4,070 090	4,070 07
Cu (333) α_2	10,3019	0,1197	4,069 796	4,069 87
Cu (333) α_1	11,0500	0,1361	4,069 744	4,069 74
Cr (222) α_2	13,0379	0,1829	4,069 371	4,069 43
Cr (222) α_1	13,4520	0,1930	4,069 387	4,069 28

Folie von 0,1 mm Stärke) zwischen D und T geklemmt, welche durch ihr Gewicht bei einem bestimmten Auflagedruck heruntergleitet, oder es kann durch Drehen des Präparattellers gerade ein leichtes Aufliegen am Tellerrand eingestellt werden. Die Längen der verschiedenen Distanzstücke sind auf einige μ genau vermessen. Ein mehrmaliges Neueinstellen des gleichen Abstandes konnte auf 0,01 mm vorgenommen werden; dabei war ein Einfluß auf die Größe der Ringdurchmesser (Linienabstände) auf den Filmen e nicht festzustellen. Die Filme (Durchmesser 80 mm, festes Anliegen auf dem drehbaren Filmhalter) waren bis etwa $\varphi = 4^\circ$ vermeßbar. Die beiden Ausschnitte (jeweils 60°) in der Filmabdeckplatte trugen an jeder Außenseite Äquatormarken.

Die Rechteckblende ($0,3 \cdot 1,2$ mm²), für welche der Untergrund geringer und die Belichtungszeit nur unwesentlich länger ausfiel als bei der Einzel-Rundblende (1 mm Durchmesser), erzeugt auf dem Äquator schärfere Linien als die Rundblende. Dabei ist die Linienverbreiterung in der Höhe so gleichmäßig, daß eine Differenz in den Ringdurchmessern bei einer um 15° vom Äquator abweichenden Stellung nicht nach-

weisbar war. Die zusätzliche Verwendung von Parallelblenden (je 0,6 mm im Durchmesser) gibt Auskunft über einen eventuellen Einfluß der Strahlendivergenz auf die Gitterkonstante.

Die Bestimmung des Abstandes Film—Präparat mit Vergleichssubstanzen hat den Nachteil der verlängerten Belichtungszeit und der geringeren Genauigkeit, wenn auch einige systematische Fehler dabei gut zu eliminieren sind. Eine direkte Bestimmung des Abstandes kann entweder röntgenographisch [1] auf mindestens zwei Interferenzen (verschiedene Netzebenen oder verschiedene Wellenlängen) oder mechanisch (auf einige Hundertstel Millimeter genau) ausgeführt werden. Dabei muß die Dickenmessung von Papier und Prüffolie an der Stelle, wo das Distanzstück aufliegt, mit dem gleichen Auflagedruck ausgeführt werden. Ein anderer Weg, bei dem auch die Eindringtiefe berücksichtigt wird, besteht darin, dieselbe Linie bei verschiedenen Abständen A auszumessen; dann bekommt man aus

$$e_1 = \frac{A_1 + \Delta A}{A_2 + \Delta A} = \frac{A_1}{A_2} \left(1 + \Delta A \left[\frac{1}{A_1} - \frac{1}{A_2} \right] \right) \quad (3)$$

gesondert die Ergänzungslänge ΔA , welche für die Winkelberechnung zur bekannten Länge des Distanzstückes hinzuzufügen ist. ΔA wird verursacht durch die Papierdicke und durch die Art des verwendeten Filmes, durch die Eindringtiefe der Strahlen im Präparat und durch ein verschiedenes festes Andrücken an das Distanzstück.

Bei einem Doppelschichtfilm (SCHLEUSSNER-DONEO-Film) mit der Filmdicke d wurde das Intensitätsverhältnis der Schwärzung auf der ersten und auf der zweiten Emulsion ($\varphi = 11,06^\circ$, Belichtungszeit 40 Minuten, Kupferstrahlung 39 kV, 20 mA) zu $S = 0,45$ und $S = 0,25$ ermittelt, so daß mit einem zusätzlichen Abstand ΔA von etwa $d/3 = 0,08$ mm zu rechnen ist. Die gemessene Differenz der beiden Ringradien beträgt 0,09₂ mm gegenüber dem berechneten Wert $d \cdot \text{tg } 2\varphi = 0,406 \cdot 0,225 = 0,091$ mm. Eine Variation der Belichtungszeiten im Verhältnis 1:2:3 unter sonst gleichen Bedingungen erbrachte auf dem Doppelfilm keine nachweisbaren Differenzen in den Ringdurchmessern; das gleiche gilt für eine Spannungsvariation.

Die Filmschrumpfung, in verschiedenen Richtungen auf dem gelochten Rundfilm vermessen, zeigte weder beim Einschichtfilm noch beim Doppelfilm eine nachweisbare Anisotropie. Zum Aufkopieren von Belichtungsmarken dienten verschleißbare feine Rundlöcher in den Filmtellern oder eine geschwärzte Platte [1] mit zwei Strichsystemen, die auf mindestens 0,01 mm genau vermessen waren. Randmarken bewährten sich weniger gut, weil man die Art und Dicke des Filmes in Rechnung stellen muß.

Im übrigen sei bezüglich der Versuchsführung auf die früheren Messungen in Teil I und II verwiesen.

Meßergebnisse

Für die vorliegenden Untersuchungen an feinem Goldpulver mit einem Reinheitsgrad von 99,998% wurde als Film-Präparat-Abstand meist 60 mm eingestellt. Die Interferenzringe sind dann mit dem Meßuhrmaßstab [2] noch gut zu vermessen.

In Abb. 4 und in Tab. 1 ist die Auswertung einer dreifach mit Chrom-, Nickel- und Kupferstrahlung belichteten Aufnahme bei Verwendung eines einseitig

Tabelle 2. Goldpulver (Reinheitsgrad 99,998%)*h*. Extrapolierte Werte ohne Brechungskorrektur nach dem Planfilm-Rückstrahlverfahren. $A = 60,20$ mm.

Strahlung	Temperatur °C	Blenden		Film- emulsion	Gitterkonstante [kX]		Bemerkung
		Größe [mm]	fokuss.		Extrapol. Wert a_1	Wert bei 25° C	
Cu, Ni, Cr	25,19	0,3/1,2	nein	1	4,070 13	4,070 127	Bei Zimmer- temperatur auf 3 Aus- schnitten eines Filmes
Cu, Ni, Cr	25,26	0,3/1,2	ja	1	4,070 12	4,070 116	
Cu, Ni, Cr	24,5	0,3/1,2	ja	1	4,070 10	4,070 107	
Cu, Ni, Cr	25,01	0,3/1,2	ja	1	4,070 08	4,070 080	
Cu, Ni, Cr	25,02	0,3/1,2	ja	1	4,070 10	4,070 100	
Cu, Ni, Cr	25,01	0,3/1,2	ja	2	4,070 09	4,070 090	
Cu, Ni, Cr	25,02	1 \emptyset	nein	1	4,070 11	4,070 110	
Cu, Ni, Cr	25,01	1 \emptyset	ja	1	4,070 10	4,070 100	
Cu, Ni, Cr	25,01	2 \times 0,6 \emptyset	—	1	4,070 10	4,070 100	
Cu, Ni, Cr	25,01	0,3/1,2	$\varphi = 8^\circ$ fokuss.	1	4,070 11	4,070 110	
Cu, Ni, Cr	45,01	0,3/1,2		1	4,071 26	(4,070 104)	

Mittel 4,070 104 ($1 \pm 0,000001$) kX

gegossenen Filmes wiedergegeben. Eine Unsicherheit in der Linienvermessung wurde durch ein Hinweisen (†) gekennzeichnet. Der Extrapolationswert $= 4,07013$ kX ist mit einer Ungenauigkeit von $\pm 0,00004$ kX behaftet.¹ Die als Kontrolle dienenden Photometerwerte sind im allgemeinen unsicherer als die mit dem Meßuhrmaßstab erhaltenen Gitterkonstanten.

Die in Tab. 2 zusammengestellten Ergebnisse stimmen trotz der Variation einiger Versuchsbedingungen gut miteinander überein. Die Extrapolationswerte zeigen keine Abhängigkeit davon, ob man die Blendenverschiebung im Blendenrohr für jedes Linienspaar, also bei jedem Röhrenwechsel, einzeln durchführt, oder ob auf einen mittleren Winkel des Rückstrahlbereiches (z. B. auf $\varphi = 8^\circ$) fokussiert wird, wenn im zweiten Fall die Linienschärfe auch etwas ungünstiger wird. Ebenso liegen die Abweichungen, welche bei Verwendung eines Doppelfilmes entstehen, noch innerhalb der Fehlergrenzen, vorausgesetzt, daß eine exakte Extrapolation vorgenommen werden kann. Der Versuch mit einer gekrümmten, also exakter fokussierenden Präparatoberfläche (Abb. 3a) erbrachte im Vergleich zu den mit der Schlitzblende durchgeführten Aufnahmen keine nennenswerte Verbesserung.

Die Umrechnung auf 25° C wurde mit Hilfe des aus der Messung bei 45,01° C erhaltenen Temperaturausdehnungskoeffizienten von $14,2_0 \cdot 10^{-6}/^\circ$ C vorgenommen. Der größte Schwankungsbereich aller Extrapolationswerte aus Tab. 2 beläuft sich auf 0,00005 kX, was einer relativen Ungenauigkeit der Gitterkonstanten von $1 \cdot 10^{-5}$ entspricht. Der Mittelwert und der mittlere quadratische Fehler aus diesen zehn Messungen betragen für 25° C ohne Berücksichtigung einer Brechungskorrektur $\bar{a} = 4,070104 \pm 0,000004$ kX. Wenn man für diese Kurve als Extrapolationsungenauigkeit $\pm 1 \cdot 10^{-5}$ annimmt¹, dann würde sich der mittlere quadratische Fehler auf $\pm 3 \cdot 10^{-6}$ erhöhen, so daß

$$\bar{a} = 4,070104 \pm 0,000012 \text{ kX}$$

zu ziehen müßte. Daraus berechnet sich wieder die röntgenographische Dichte zu $19,303 \text{ g/cm}^3$.

In der Praxis läßt es sich oft nicht umgehen, die Filme nur mit einer einzigen Strahlenart zu belichten,

die Meßgenauigkeit in der Gitterkonstantenbestimmung, die dann natürlich geringer ausfällt, hängt vor allem von der Zahl und Lage der Rückstrahllinien ab. Bei den mit Kupferstrahlung durchgeführten Aufnahmen (ohne Thermostatkasten, Zimmertemperatur $24 \pm 0,5^\circ$ C, Einschießfilm, stehendes und gedrehtes Präparat) wurden die (333) α -Reflexe ($\varphi \approx 10,3^\circ$ und $11,1^\circ$) und der (440) β -Reflex ($\varphi \approx 15^\circ$) linear extrapoliert und dabei $a = 4,07008 \pm 0,00004$ kX erhalten. Die Blende war auf einen mittleren Winkel im Rückstrahlbereich fokussiert worden. Eine bessere Übereinstimmung mit dem Mittelwert aus Tab. 2 ist unter diesen Umständen nicht zu erwarten.

Die Verwendung eines doppelt gegossenen Filmes führt wegen der größeren Ringdurchmesser auf der zweiten Emulsion zu etwas größeren Gitterkonstanten, wenn die Auswertung ohne Extrapolation oder zumindest mit einer ungenügend belegten Extrapolationskurve vorgenommen wird und wenn sich die Abstandsbestimmung auf die Oberfläche des Filmes bezieht. Zur Kontrolle wurde eine Aufnahme mit Doppelfilm bei etwa $24,3 \pm 0,2^\circ$ C Zimmertemperatur durchgeführt, die nach linearer Extrapolation auf 4,07009 bis 4,07014 kX führte. Wenn jedoch auf eine Extrapolation verzichtet wird, so ist für den Einzelreflex der Einfluß der durch die zweite Emulsion bedingten Vergrößerung der Ringdurchmesser viel stärker, nämlich $\Delta a/a = 4,4 \cdot 10^{-5}$ für den (333) α_1 -Reflex. Dieser Fehler läßt sich bedeutend verkleinern, wenn ein Drittel der Filmdicke eines Doppelschichtfilmes zum Abstand A hinzugezählt wird. Die Divergenzkorrektur für eine Einzelblende von 1 mm Durchmesser betrug für dieselbe Interferenzlinie $0,3 \cdot 10^{-5}$, doch wird auch dieser Fehleranteil durch die Extrapolation verringert.

Wenn mit mehreren Röntgenröhren exponiert werden kann, wächst die Meßgenauigkeit trotz ungünstiger Bedingungen stark an und erreicht annähernd wieder die Genauigkeit der Laborversuche. Z.B. wurde aus einer Aufnahme bei Zimmertemperatur von etwa $25,2 \pm 0,2^\circ$ C bei Verwendung eines Doppelfilmes nach einer Dreifachbelichtung als Extrapolationswert 4,07010 kX erhalten. Die Unsicherheit, mit der dieser Gitterwert behaftet ist, bezieht sich in der Hauptsache auf die mangelhafte Temperaturkontrolle. Eine wesentliche Erschwerung liegt allerdings oft in der Beschaffenheit der vorgegebenen Probe begründet, die so weit gehen kann, daß eine Auflösung der verwachsenen Dubletts in ihre Einzelkomponenten nur noch durch ein Registrieren der Linienprofile möglich ist.

¹ Darüber hinaus können systematische (subjektive, apparative oder von der Wellenlängenbestimmung herrührende) Fehler auftreten, welche eine zusätzliche Abweichung von der Extrapolationskurve hervorrufen u. daher eine größere Meßunsicherheit für den Extrapolationswert nach sich ziehen müßten. S. Teil I.

Die Genauigkeitssteigerung bei der Rückstrahlmethode entspricht durchaus der in den früheren Meßanordnungen erreichten Präzision. Es wäre zwar theoretisch eine weitere Verbesserung durch ein Vermessen von Reflexen mit noch kleineren φ -Werten, deren Beobachtung experimentell möglich ist, denkbar. Doch hat es sich gezeigt, daß die Interferenzen mit Rückstrahlwinkeln $\varphi < 5^\circ$ wegen ihrer Profilbreite (vornehmlich Eigenbreite der Spektrallinien) doch nicht zu einer weiteren Genauigkeitssteigerung beitragen. Was die Vermessung der Einzelreflexe einer Linie bei Verwendung von monochromatischer Strahlung angeht, so ist dies Verfahren [3] meist zu umständlich und wegen der Schwankungsbreite der Gitterkonstanten (mehrere 10^{-5}) auch zu unsicher.

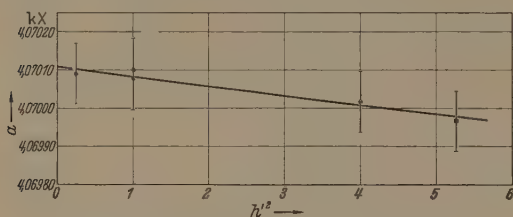


Abb. 5. Gold, Reinheitsgrad 99,998%. Planpräparat in einer DEBYE-SCHERRER-Kamera. Graphische Extrapolation der Werte aus Tab. 3.
⊥ Unsicherheit von 0,01 mm in der Abstandsbestimmung.
○ Photometerwerte.

effekt von dem Divergenzeffekt zu trennen, wird vorgeschlagen, die jeweiligen, bei Verwendung von verschiedenen Blendenhöhen h' in derselben Kamera erhaltenen extrapolierten Gitterwerte ein zweites Mal diesmal gegen $h'^2 = 0$ zu extrapolieren¹.

Meßergebnisse

Eine gleichmäßig auf einer ebenen Glasplatte aufgetragene Schicht des früher verwendeten Goldpulvers (5 (Höhe) · 10 mm²) wurde in einer 57 mm-Kamera von Fa. Seifert, Hamburg, untersucht². Zur guten Fokussierung (Radius R) für den Winkelbereich zwischen 10° und 15° (Doppel-Fokussierung [4]) wurde die Blende (Weite 0,1 mm) um $s = 1,1$ mm in das Kammerinnere verschoben und eine Schwenkung von $\pm 3^\circ$ um die

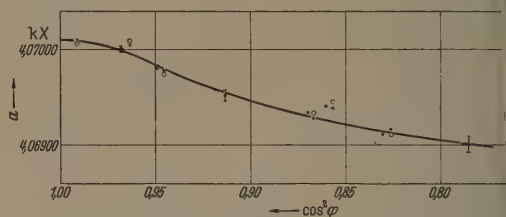


Abb. 6. Extrapolationswerte aus Tab. 4, aufgetragen über dem Quadrat der Blendenhöhe h' .
 $a = 4,070\,108 \pm 0,000\,025\,h'^2\,kX$.
⊥ Gesamt-Unsicherheit der Extrapolationswerte ($\pm 0,000\,03\,kX$).

IV. Präzisionsmessungen der Gitterkonstanten an einem Planpräparat, ausgeführt in einer kleinen Zylinderkamera

Mit der vor kurzem [4] mitgeteilten Versuchsanordnung wurde es möglich, eine Strukturbestimmung von flächenhaften Proben in gewöhnlichen Zylinderkammern durchzuführen. Damit entfällt ein wesentlicher Nachteil des Planfilm-Rückstrahlverfahrens, bei dem nur die Rückstrahlstrahlen zugänglich sind. Der Zweck dieser Arbeit ist es jetzt, die Genauigkeit, mit der in einer DEBYE-SCHERRER-Kamera die Gitterkonstantenbestimmung an einem Planpräparat vorgenommen werden kann, festzustellen und sie mit den anderen Filmmethoden zu vergleichen.

Durchführung der Versuche

Über Versuchsanordnung und Fehlerbeseitigung wurde in [4], über Ausmeß- und Auswertverfahren in [5] berichtet. Im übrigen wurde die in den anderen Teilen (I bis III) dieser Untersuchungsreihe erprobte Versuchsführung beibehalten. Wegen der experimentellen Schwierigkeit, den Präparathöhen-

Einfallswinkel $\alpha = 18^\circ$ vorgenommen. Die Belichtungszeit betrug bei einer Höhenbegrenzung von 2 bzw.

¹ Ähnliche Probleme treten beim Arbeiten mit Diffraktometern (Zählrohr-Goniometern) auf. Sie können grundsätzlich auf dieselbe Weise behandelt werden.

² Eine fokussierende Präparatoberfläche (Kugelkalotte mit $R/\sqrt{2}$ als Radius) brachte keine Verbesserung in der Linienschärfe.

Tabelle 3. Goldpulver (Reinheitsgrad 99,998%). Planpräparat in einer 57 mm-Zylinderkamera. Cu-, Ni- und Cr-Strahlung, jeweils 1 Stunde belichtet. Schlitzhöhe 1 mm, Schlitzweite 0,1 mm. Doppelfokussierung, $\alpha = 18^\circ \pm 2,5^\circ$. Temperatur $t = 25,01^\circ C$

Reflex	Linienabstand [mm]	φ	$\cos^2 \varphi$	Gitterkonstante [kX]	
				Maßstab	Photometer
Ni (422) α_1	10,5680	5,310 70	0,991 433 5	4,070 099	4,070 06
Cu (333) α_2	20,5290	10,316 37	0,967 929 1	4,069 995	4,070 00
Cu (333) α_1	22,0330	11,072 17	0,963 118 6	4,070 052	4,070 09
Cr (222) α_2	25,9982	13,064 79	0,948 900 1	4,069 814	4,069 82
Cr (222) α_1	26,8143	13,474 90	0,945 702 0	4,069 776	4,069 74
Ni (333) β	34,0400	17,106 01	0,913 481 3	4,069 518	—
Cr (311) α_2	42,0520	21,132 25	0,870 023 9	4,069 350	—
Cr (311) α_1	42,5442	21,379 59	0,867 106 8	4,069 275	4,069 35
Cu (422) α_2	43,6223	21,921 37	0,860 621 9	4,069 427	—
Cu (422) α_1	44,3150	22,269 47	0,856 387 6	4,069 384	4,069 45
Ni (420) α_2	48,3860	24,315 25	0,830 456 2	4,069 117	—
Ni (420) α_1	48,9730	24,610 23	0,826 575 1	4,069 161	4,069 11
Ni (331) α_2	54,4203	27,347 65	0,788 971 1	4,069 020	—
Ni (331) α_1	54,9300	27,603 79	0,785 302 4	4,069 016	—

Tabelle 4. Goldpulver (Reinheitsgrad 99,998%). Planpräparat in einer 57 mm Zylinderkamera. Extrapolierte Gitterkonstanten ohne Brechungskorrektur

Strahlung	Temperatur $^\circ C$	Schlitzhöhe h' [mm]	Gitterkonstante [kX]		Filmemulsion	Auftrittswinkel und Schwenkung
			Extrapol Wert a_t	Wert bei $25,0^\circ C$ a_0		
Cu, Ni, Cr	25,23	2,3	4,069 98	4,069 97	zweiseitig	$90^\circ \pm 5^\circ$
Cu, Ni, Cr	25,06	2	4,070 02	4,070 02	einseitig	$18^\circ \pm 2,5^\circ$
Cu, Ni, Cr	25,01	1	4,070 08	4,070 08	zweiseitig	$18^\circ \pm 2,5^\circ$
Cu, Ni, Cr	25,01	0,5	4,070 09	4,070 09	einseitig	$35^\circ \pm 4^\circ$
Cu, Ni, Cr	25,01	1	4,070 10	4,070 10	einseitig	$18^\circ \pm 2,5^\circ$

nm 0,5 bzw. 1 Stunde. Die eine Filmhälfte im Rückstrahlgebiet ist jedesmal durch die Schirmblende gedeckt gewesen. Zur entsprechenden Belichtung der anderen Filmseite wird nur der Kameradeckel mit den daran befestigten Schirmblenden bis zum Anschlag des Blendenrohrs gedreht. Die Vermessungsergebnisse (2 Beobachter, mehrere Auswertungen) bei Verwendung von Meßuhrmaßstab (0,5 mm Skala) und Photometer einer mit Kupfer-, Nickel- und Chrom-Kathodung belichteten Aufnahme sind in Abb. 5 und Abb. 3 enthalten. Die Unsicherheit, die durch einen Fehler von 0,01 mm in der Linienvermessung hervorgerufen wird, ist auf der Extrapolationskurve vermerkt (□). Die Linienschärfe ist genau so gut wie bei einer DEBYE-SCHERRER-Aufnahme mit einem dünnen Präparatstäbchen von beispielsweise 0,3 mm Durchmesser, die Belichtungszeit aber um ein mehrfaches kürzer. Der extrapolierte Gitterwert von 4,07010 kX ist bei dieser Einzelaufnahme mit einer Ungenauigkeit von etwa $\pm 0,00008$ kX behaftet, was der Unsicherheit des Reflexes bei ungefähr $\vartheta = 80^\circ$ entspricht. Die Kupferwerte scheinen wieder etwas zu hoch zu liegen.

In Tab. 4 sind einige Aufnahmen zusammengestellt. Zur Umrechnung auf 25°C diente der Mittelwert des röntgenographisch erhaltenen linearen Temperaturausdehnungskoeffizienten aus Teil I bis III, der die Größe $14,19 \cdot 10^{-6}/^\circ\text{C}$ hat. Es wurden außer einem divergierenden Primärbündel (Schlitzblende) auch parallele Strahlen (zwei Rundblenden von 0,5 mm Durchmesser) sowie verschiedene Blendenhöhen verwendet. Wenn man, wie aus Abb. 6 zu ersehen ist, die Extrapolationswerte der Tab. 2 nochmals graphisch der analytisch gegen $h^2 = 0$ extrapoliert, so erhält man als Mittelwert unter der Annahme einer Abhängigkeit mit h^2 den Wert $\bar{a} = 4,070108$ kX. Die Blendenhöhe h' kann hier recht gut mit der bei parallelen Strahlen photographisch vermessenen Präparathöhe h

gleichgesetzt werden, und daher als Maß für den Präparathöheneffekt gelten. Sein Einfluß ruft eine relative Ungenauigkeit in der Gitterkonstantenbestimmung von $h^2/(96 \cdot R^2)$ hervor, was für $h = 1$ bzw. $h = 2$ mm auf $1,2 \cdot 10^{-5}$ bzw. $5 \cdot 10^{-5}$ führt. Diese theoretischen Werte fallen größer aus als die gemessenen in Abb. 6. Das kann darauf zurückgeführt werden, daß wegen des verwendeten Strichbrennflecks¹ die Blenden nicht ganz ausgeleuchtet waren. Dies würde ungünstigstenfalls außer der Steigung auch die Art der Extrapolationskurve beeinflussen, die sonst eine Gerade sein müßte. Um diesen und den früher beschriebenen Unsicherheiten Rechnung zu tragen, soll als Gesamtunsicherheit (s. Abb. 6) $\pm 1 \cdot 10^{-5}$ angesetzt werden, so daß sich als Ergebnis

$$\bar{a} = 4,070108 \pm 0,00004 \text{ kX}$$

ergibt.

Grundsätzlich kommt also der zweifach extrapolierten Gitterkonstanten eine geringere Genauigkeit zu als solchen durch eine einfache Extrapolation gewonnenen Werten (Teil I bis III). Wie jedoch aus der Größe des mittleren quadratischen Fehlers des Extrapolationswertes hervorgeht, tritt diese Genauigkeitsverminderung nicht stark in Erscheinung. Desgleichen stimmt der Mittelwert wieder gut mit den Ergebnissen der übrigen Untersuchungsmethoden überein.

V. Der genaue Wert der Gitterkonstante von Gold Zusammenfassung der verschiedenen Präzisions-Filmmethoden

Die Wahl von Gold als Probenmaterial für die vorliegende Untersuchungsreihe über die Präzisionsbestimmung der Gitterkonstanten mit verschiedenen Meßverfahren hat ihre Berechtigung u. a. darin, daß

¹ Es wurde mit Feinstrukturrohren MC 50 der Firma C. H. F. Müller, Hamburg, belichtet.

Tabelle 5. Gitterkonstante von Gold bei 25°C mit Brechungskorrektur

Reinheit- grad [%]	Gitterkonstante [kX]	Extrapolation	Verfahren	Autor
—	4,09	—	DEBYE-Sch.V.	L. VEGARD (1916), Phil. Mag. 31 , 83
—	4,07	—	DEBYE-Sch.V.	P. SCHERRER (1918), Phys. Z. 19 , 26
—	$4,075 \pm 0,008$	—	DEBYE-Sch.V.	L. W. McKEEHAN (1922), Phys. Rev. 20 , 424
—	4,08	—	DEBYE-Sch.V.	E. BAIN (1923) Trans. Am. Inst. Min. Met. Eng. 68 , 641
99,9	4,080	—	DEBYE-Sch.V.	S. HOLGERSSON (1926), Ann. Phys. 79 , 35
—	4,070	—	Rückstrahl.V.	A. E. VAN ARKEL (1928), Z. Kristall. (A) 67 , 235
99	$4,070 \pm 0,004$	—	DEBYE-Sch.V.	O. NIAL, A. ALMIN, A. WESTGREN (1931), Z. Phys. Chem. (B) 14 , 81
99,9	$4,0703 \pm 0,0002$	graphisch	Rückstrahl.V.	G. SACHS, J. WEERTS (1930), Z. Physik 60 , 481
99,9	$4,0703 \pm 0,0003$	graphisch	Rückstrahl.V.	W. STENZEL, J. WEERTS (1931), Siebert Festschrift, Hanau S. 288
99,9	$4,0711 \pm 0,0008$	—	Symm. Fokuss. V.	E. A. OWEN, J. JBALL (1932), Phil. Mag. 13 , 1020
99,9	$4,0703 \pm 0,0003$	—	Symm. Fokuss.V.	E. A. OWEN E. L. JATES (1933) Phil. Mag. 15 , 472
(99,9)	$4,07042 \pm 0,00006$	linear analytisch	Symm. Fokuss.V.	E. R. JETTE, F. FOOTE (1935), J. Chem. Phys. 3 , 605
99,998	$4,070355 \pm 0,000008$	nicht linear graphisch	DEBYE-Sch.V. Symm. Fokuss.V. Rückstrahl.V. Planpräparat-V.	H. WEYERER (1956) wegen Brechungskorrektur: H. WEYERER, Z. Kristallogr. (demnächst)

Tabelle 6. Eigene Messungen an spektralreinem Gold (Reinheitsgrad 99,998%) Gitterkonstante ohne Brechungskorrektur bei 25° C.

Verfahren	Zahl der Aufnahmen	Gitterkonstante a (kX) 25° C, ohne Brechung	Mittl. quadr. Fehler aus allen Messungen (kX)	Schwankungsbereich des einz. Extrapolations- Werte (kX)	Linearer Temp. Ausdehnungs- koeffizient $10^{-6}/^{\circ}\text{C}$
Debye-Sch. V.	9	4,070 106	$\pm 0,000\ 009$	0,000 026	14,20
Sym. Fok. V.	7	4,070 107	$\pm 0,000\ 008$	0,000 011	14,16
Rückstrahl V.	10	4,070 104	$\pm 0,0000\ 12$	0,000 013	14,20
Planflächen-V.	5	4,070 108	$\pm 0,000\ 04$	0,000 03	—

Mittel:

$$\bar{a} = 4,070\ 106 \pm 0,000\ 008 = 4,070\ 106 (1 \pm 2 \cdot 10^{-6}) \text{ kX } 14,19 \pm 0,1 \cdot 10^{-6}$$

Gold häufig als Bezugssubstanz dient. Es werden z. B. röntgenographische Spannungsmessungen an Werkstücken aus Eisen, Kupfer, Messing und Duralumin vielfach so durchgeführt, daß deren Interferenzen im Rückstrahlgebiet auf die Goldreflexe von Co (420), Cu (333) oder Cr (222) bezogen werden.

Wegen des bekannten Einflusses von Verunreinigungen auf die Größe des Gitterwertes wurde bei den eigenen Aufnahmen ein spektralreines Goldmehl der Fa. Degussa mit einem angegebenen Reinheitsgrad von mindestens 99,998% verwendet¹.

Zum Vergleich mit den eigenen Ergebnissen sind in Tab. 5 die von anderen Autoren mitgeteilten Gitterkonstanten von Gold zusammengestellt und der Reinheitsgrad der verwendeten Substanzen — soweit angegeben — hinzugefügt worden. Zur Umrechnung auf die Temperatur von 25,0° C wurde ein linearer Temperatureausdehnungskoeffizient von $14,19 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ benutzt. Es war aus den Arbeiten nicht immer zu erkennen, welche Fehlerbetrachtung durchgeführt worden war, weshalb die in der zweiten Spalte wiedergegebenen Fehlerangaben nicht unbedingt miteinander vergleichbar zu sein brauchen. Weiterhin ist in Tab. 5 eine Anmerkung über eine evtl. Extrapolation und über die verwendete Untersuchungsmethode zu finden. An letzter Stelle steht der aus den eigenen Untersuchungen gebildete Mittelwert, dem aus Vergleichsgründen eine Brechungskorrektur von $24,9 \cdot 10^{-5}$ kX hinzugefügt worden ist.

Die eigenen Meßergebnisse sind im einzelnen in Tab. 6 aufgeführt, wo von einer Brechungskorrektur wegen der Unsicherheit in der Anwendung auf polykristalline Stoffe abgesehen wurde. Wie man sieht, stimmen die mit den verschiedenen Aufnahmeverfahren erhaltenen Werte der Gitterkonstanten gut miteinander überein. Die Steigerung in der Meßgenauigkeit wurde neben einer sorgfältigen Berücksichtigung der systematischen Fehler von Apparatur und Versuchsführung besonders dadurch möglich, daß die subjektiven Fehler (systematischer wie zufälliger Art) bei der Linienvermessung durch die Verwendung des neuen Meßuhrmaßstabs mit seiner Koinzidenzeinstellung stark verringert und daß durch Belichten jedes einzelnen Filmes mit mehreren Strahlenarten die verfeinerte Auswertung ermöglicht wurde. Allerdings ändert die Extrapolationskurve oft von Aufnahme zu Aufnahme Lage und Gestalt, was bei den Filmmethoden grundsätzlich in Kauf genommen werden muß. Dabei kann insbesondere die Möglichkeit einer ungleichmäßigen Filmschrumpfung in der Nähe des

Durchstoßpunktes des Primärstrahles nicht ausgeschlossen werden, was in der zusätzlich vorgenommenen Vergrößerung der Fehlergrenzen berücksichtigt worden war. Die Übereinstimmung der Extrapolationswerte bei den verschiedenen Methoden spricht wegen der verschiedenen Form der Filme allerdings dafür, daß dieser Einfluß nicht sehr groß sein kann. Als Mittelwert für spektralreines Gold ergibt sich

$$\bar{a} = 4,070\ 106 \pm 0,000\ 008 \text{ kX}$$

für eine Temperatur von 25,0° C ohne Berücksichtigung einer Brechungskorrektur.

Dieser Wert besitzt eine bezüglich der Röntgenwellenlängen relative Genauigkeit. Für seine absolute Größe spielen die Umrechnung der X-Einheit in die Meterskala und die Größe der Brechungskorrektur eine Rolle. Weiterhin müssen die zufälligen Fehler in der Wellenlängenbestimmung eliminiert und eine eventuell vorhandene unsymmetrische spektrale Verteilung innerhalb einer Röntgenlinie berücksichtigt werden, was nach dem früher Gesagten einigermaßen gelungen ist, aber noch einer eingehenderen Untersuchung bedarf.

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß bei den Filmmethoden eine Genauigkeitssteigerung in der Gitterkonstantenbestimmung von Gold um den Faktor 10 erreicht wurde und daß zur Durchführung der verschiedenen Verfahren lediglich handelsübliche Kamern benötigt werden. Diese Genauigkeitssteigerung fällt etwas geringer aus, wenn man die besten an anderen Materialien erhaltenen Präzisionswerte der Literatur als Vergleich heranzieht.

Um die den Filmmethoden anhaftenden Mängel zu beheben, könnte die Impulsregistrierung in Diffraktometern ergänzend herangezogen werden, wenn gelingt, mit ihr die Genauigkeit der Filmmethoden, die bisher als die exaktesten Untersuchungsverfahren für die Bestimmung von Gitterkonstanten galten, zu erreichen. Darüber soll in einer späteren Mitteilung berichtet werden.

Fräulein H. STEIN danke ich für die zuverlässige Hilfe bei Vermessung und Auswertung der Aufnahmen Herrn H. VOIGT für die Durchführung eines großen Teiles der Versuche von Teil I bis IV und für die Anfertigung der Strichzeichnungen.

Zusammenfassung

Mit der Rückstrahlmethode (Teil III) wurde eine ähnliche Genauigkeit in der Gitterkonstantenbestimmung wie in Teil I und II erreicht. Mit Hilfe des Meßuhrmaßstabes, der durch seine Koinzidenzeinstellung grundsätzlich das Anvisieren sowohl des Linienmaximums als auch des Schwärzungszentrums gestattet, wurden die diffusen Rückstrahlrinnen auf etwa 0,01 mm

¹ Diese Analyse der Fa. Degussa, für deren Durchführung gedankt sei, lautet im einzelnen: Si 0,00084%, Fe 0,0003%, Cu ca. 0,00005%, Ag (Spuren). Spektralanalytisch wurden Pb, Cr, Ti, Mg, Al, Ca gefunden.

zu vermessen. Der Mittelwert aus zehn Messungen der mittlere quadratische Fehler betragen für Goldpulver (Reinheitsgrad 99,998%) bei 25,0° C die Brechungskorrektur $\bar{a} = 4,070104 \pm 0,000012 kX$. Im Schluß wird ein Vergleich angestellt zwischen den unter günstigen Laboratoriumsverhältnissen erhaltenen Ergebnissen und den Messungen, die in der Praxis unter oft einschränkenden Bedingungen (Temperaturkontrolle, Abstandsbestimmung, Blendengröße, langes Exponieren) durchgeführt werden müssen, an einigen Beispielen demonstriert wird. Mit einer auf dem BRAGGSchen Fokussierungsprinzip beruhenden Versuchsanordnung (Teil IV) ist es möglich, in einer kleinen DEBYE-SCHERRER-Kamera aus Gittermessungen von flächenhaften Präparaten abzuführen, wobei fast der gesamte Winkelbereich zur Verfügung steht. Die einem einzelnen Extrapolationswert anhaftende Ungenauigkeit beläuft sich hierum auf $1 \cdot 10^{-5}$ oder weniger. Der Einfluß der Strahltenpräparathöhe h wird durch ein nochmaliges Tragen der Extrapolationswerte über h^2 (bzw. über Blendenhöhe h^2) linear extrapoliert. Der dadurch erhaltene Gitterwert für Gold mit einem Reinheitsgrad von 99,998% beträgt ohne Brechungskorrektur für eine Temperatur von 25,0° C $\bar{a} = 4,070108$

$\pm 0,00004 kX$, wobei zur Mittelwertbildung 5 Aufnahmen herangezogen wurden, von denen jede mit drei Strahlenarten (Kupfer-, Nickel- und Chromröhre) belichtet worden war. Für Präzisionsaufnahmen ist die Versuchsführung insofern etwas umständlicher, weil jede der zwei Filmseiten im Rückstrahlgebiet einzeln belichtet werden soll. Dieser Nachteil wird ausgeglichen durch die kurzen Aufnahmezeiten für jede Strahlenart, die gegenüber der DEBYE-SCHERRER-Methode bei etwa gleich guter Linienstärke um ein mehrfaches geringer sind, und weiterhin durch die Möglichkeit, auch unbekannte Strukturen zu untersuchen.

Abschließend folgt (Teil V) eine Zusammenstellung der besten Literaturwerte der Gitterkonstante von Gold.

Literatur [1] WEVER, F. und H. MÖLLER: Mitt. K.-Wilh.-Inst. Eisenforsch. 15, 59 (1933). THOMAS, D.E.: J. sci. Instrum. 25, 440 (1948). — [2] HOFFFROGGE, CHR. und H. WEYERER: Z. angew. Phys. 6, 419 (1954). — [3] FROHMMEYER, G. und R. GLOCKER: Acta cryst. 6, 19 (1953). — [4] WEYERER, H.: Z. angew. Phys. 8, 135 (1953). — [5] WEYERER, H.: Z. Kristallogr.

Dr. HERMANN WEYERER,
Physikalisch-Technische Bundesanstalt
Braunschweig.

Über die Bildung von Bitterstreifen

VON WILFRIED H. BERGMANN

(Eingegangen am 25. Mai 1956)

In den letzten Jahren haben Ni-Fe-Legierungen, die eine wachsende Zahl technischer Anwendungen finden, wie als Kernelemente in magnetischen Verstärkern und Rechnern, usw. Die magnetischen Eigenschaften, wie z.B. geringe Verluste, hohe Permeabilität, Rechteckskurve der Magnetisierung, kurze Schaltzeit (Zeit zur Umkehr der Magnetisierung) des Kerns hängen bei diesen Materialien direkt mit der magnetischen Bezirksstruktur zusammen. Es besteht daher erhebliches Interesse, etwas über ihre Konfiguration, über die Bildung von Domänen-Keimen und den mittleren Abstand der Blochwände im Zuge der Magnetisierungskurve zu erfahren. Ein direkter Einblick in die Bezirksstruktur sichtbar zu machen, besteht in der üblichen ELMORE-Technik, einem Verfahren, das mit gutem Erfolg bei einer Reihe von Materialien angewandt wurde, insbesondere Si-Fe-Legierungen, die wenige Prozente Si enthalten. Die Methode gab bisher gute Resultate bei Fe, Ni, Co und einigen ihrer Legierungen, und Legierungen wie Alnico, sowie bei amorphem Material wie Ferriiten und Ferroxdure. Diese Normaltechnik zur visuellen Beobachtung magnetischer Domänen, die ELMORE-Technik, lautet in folgendem:

- a) Die zu prüfende Fläche wird elektrolytisch poliert, um sie spannungsfrei und eben zu erhalten [1].
- b) Ein dünner Film einer kolloidalen Suspension von Fe_3O_4 wird auf die Fläche gebracht [2].
- c) In Dunkelbelichtung werden die Teilchenagglomerationen über den magnetischen Polen in der Fläche mikroskopisch beobachtet.

Auf diese Weise erhalten wir ein System von Linien, dem wir die, welche durch ein angelegtes Magnet-

feld verlagert werden, als durch Blochwände erzeugt, auswählen. Der Gedanke, WEISSsche Bezirke auf diese Art zu finden, geht auf L. v. HAMOS und P. A. THIESEN [3] sowie auf F. BITTER [4] zurück.

Während diese Methode gute Resultate für viele ferromagnetische Metalle und Legierungen gab, erzeugte sie bei spannungsfreien Ni-Fe-Legierungen, die 50–80% Ni [5] enthalten, keine Bitter-Streifen. Der Zweck dieser Arbeit ist, einige Faktoren, die die Anwendbarkeit dieser Methode begrenzen, zu untersuchen, und ihr offenkundiges Versagen im Fall der Ni-Fe-Legierungen zu erklären.

Theoretische Betrachtungen

C. KITTEL [6] zeigte, daß für Einbezirkteilchen vom magnetischen Moment p , die im thermischen Gleichgewicht sind, eine lokale Feldänderung ΔH die Bedingung

$$p \Delta H > 3 k T \quad (1)$$

(k = BOLTZMANN-Konstante, T = abs. Temperatur) erfüllen muß, damit eine beobachtbare Teilchenagglomeration am Feldort zustande kommt. Diese Bedingung drückt nur die Tatsache aus, daß die Agglomerationstendenz größer als die Wärmebewegung sein muß. Wechselwirkung der Teilchen ist dabei vernachlässigt.

Kugelförmige Einzelteilchen, die größer als einige 100 AE sind, haben Mehrbezirkseigenschaften und es ist dann

$$p = \chi \Delta H V$$

mit

$$\chi \approx \frac{1}{N} = \frac{3}{4\pi}$$

χ ist die effektive Suszeptibilität, N der Entmagnetisierungsfaktor und V das Volumen des Teilchens. Man kann leicht zeigen, daß für den Wert ΔH , der über einer Schnittlinie einer Blochwand mit der Oberfläche vorhanden ist — wie er später abgeschätzt wird —, (1) nicht (oder kaum) erfüllt ist, und somit kein wesentlicher Beitrag von Vielbezirkteilchen vorliegt. Daher nehmen wir an, daß unsere Teilchen Einbezirksdimensionen haben müssen.

Solche Einbezirkteilchen sind in einer kolloidalen Suspension zwei Feldern, die ihre Verteilung beeinflussen, unterworfen:

- a) dem Eigenfeld der Teilchen,
- b) dem Streufeld der Blochwand.

a) begünstigt das Koagulieren der Teilchen unmittelbar nach der Herstellung der kolloidalen Suspension. In einem solchen Flöckchen orientieren sich die Teilchen so, daß der magnetische Fluß in sich geschlossen ist, wobei das magnetische Moment des Flöckchens so reduziert wird, daß (1) nicht erfüllt ist. Wir nehmen also an, daß Flöckchen nicht an der Entstehung der Bitterstreifen beteiligt sind.

Angenommen wir hätten eine kolloide Suspension von ferromagnetischen Einbezirkteilchen mit der Sättigungsmagnetisierung I_s und einem großen Schwankungsbereich der Durchmesser d . Das magnetische Moment p des Einzelteilchens ist

$$p = \frac{\pi d^3 I_s}{6} \quad (2)$$

Die Bedingung für magnetisches Koagulieren ist wieder durch (1) gegeben, wobei ΔH jetzt die Größe des Feldes das zwischen zwei sich berührenden Teilchen wirkt, darstellt und das annähernd durch

$$H_e = \frac{2p}{d^3} \quad (3)$$

gegeben ist.

Aus (2) und (3) folgt für den kritischen Durchmesser, oberhalb dessen Ausflocken einsetzt

$$d_e = 3 \left(\frac{2kT}{\pi^2 I_s^2} \right)^{1/3} \quad (4)$$

Das bedeutet, daß in einer kolloidalen Suspension nicht zusammengeflockte Einbezirkteilchen nur von etwa einer Größe $d < d_e$ vorkommen. Und nur diese sind in der Lage, bei der Bitterstreifenbildung mitzuwirken. Ob sie wirklich Bitter-Streifen bilden, ist wieder durch (1) bestimmt, wobei ΔH aber jetzt das Feld über dem Schnitt der Blochwand mit der Kristalloberfläche bedeutet.

Unterhalb eines kritischen Durchmessers d_w findet keine Agglomeration im Streufeld der Blochwand statt, weil die BROWNSche Bewegung überwiegt. Zur Bestimmung von d_w müssen wir das Blochwandstreufeld H_w abschätzen. Bei der Abschätzung des Streufeldes, das eine 180° Blochwand beim Schnitt mit der Probenoberfläche hervorruft, haben wir zu berücksichtigen, daß die Pole an der Schnittlinie auf einem Material von effektiver Permeabilität μ^* gebildet werden. KITTEL [6] schätzt die Stärke des Streufelds im Abstand r über der Oberfläche

$$H_w = \frac{2 I_w \delta_w}{r} \cdot \frac{2}{1 + \mu_w^*} \approx \frac{2 a_w}{\pi r I_w} \cdot (A_w K_w)^{1/2} \quad (5)$$

mit

$$\delta_w = a_w \cdot (A_w K_w)^{1/2} \quad (6)$$

und

$$\mu_w^* = 1 + \frac{2\pi I_w^2}{K_w}$$

I_w ist die Sättigungsmagnetisierung, K_w die magnetokristalline Anisotropie, A_w die Dichte der Austauschenergie, a_w der Gitterparameter, δ_w die Dicke der Blochwand, μ_w^* die effektive Permeabilität der Probe. μ^* ist gleich 44 für Fe, 25 für Ni, 1010 für 50% Ni-Fe. Infolgedessen ist das Streufeld der Blochwand in 50% Ni-Fe um eine Zehnerpotenz kleiner als für Eisen oder Nickel. Setzt man (2) und (5) in (1) ein, findet man

$$d_w = 3 \left(\frac{kT(1 + \mu_w^*)}{2\pi I_s I_w \delta_w} \right)^{1/2}$$

Die Bedingung, daß bei einer bestimmten Probenoberfläche Bitterstreifen sich bilden, ist offenbar

$$d_e > d_w$$

Dies bedeutet folgendes: Zur Auffindung einer für ein gegebenes Material geeigneten kolloidalen Suspension haben wir zwei Parameter frei, nämlich die Größe der kolloidalen Teilchen d und deren Sättigungsmagnetisierung I_s .

Wenn wir (4) und (8) in (9) einsetzen, leiten wir daraus ab

$$I_s < \frac{25}{\pi k T} \cdot \left(\frac{I_w \delta_w}{1 + \mu_w^*} \right)^3 \approx \frac{25 a_w^3}{\pi^4 k T I_w^3} \cdot (A_w K_w)^{3/2} \quad (10)$$

Für Fe oder Ni finden wir, daß die Sättigungsmagnetisierung der suspendierten Partikel die Bedingung erfüllen muß

$$I_s < 1,3 \cdot 10^4 \text{ cgs Einheiten,}$$

für 50% Ni-Fe Kristall aber

$$I_s < 63 \text{ cgs Einheiten.}$$

Allerdings kann wegen der verschiedenen Vereinfachungen (10) nur als Näherungswert genommen werden. Es scheint aber der Schluß gerechtfertigt, daß sowohl Fe_3O_4 - als auch Fe-Suspensionen, welche (10) erfüllen, zur Erzeugung von Bitterstreifen auf Fe- oder Ni-Proben geeignet sind, vorausgesetzt, daß die suspendierten Teilchen die richtige Größe d haben, die durch die Bedingung

$$d_e > d > d_w \quad (11)$$

gegeben ist. Diese Sole sind bestimmt nicht geeignet für 50% Ni-Fe-Legierungen. Hierfür müßte man Teilchen mit $I_s < 63$ cgs haben.

Aus (4) und (8) berechnen wir für ein Fe-Sol den Bereich der effektiven Partikelgröße auf Fe- oder Ni-Proben:

$$d_e \approx 4,3 \cdot 10^{-7} \text{ cm}$$

$$d_w \approx 3 \cdot 10^{-7} \text{ cm}$$

Für ein Fe_3O_4 -Sol auf Fe- oder Ni-Kristallen würden

$$d_e \approx 9,9 \cdot 10^{-7} \text{ cm}$$

$$d_w \approx 5,7 \cdot 10^{-7} \text{ cm}$$

sein.

Die Zahlwerte für d_e und d_w können gemäß der Näherungscharakter der Rechnung nur größenordnungsmäßig stimmen, aber wir dürfen annehmen, daß in Anbetracht des geringen Unterschieds zwischen d_e und d_w nur Teilchen von einem engen Bereich um $d \approx 10^{-6}$ cm an der Streifenbildung teilhaben. Dies ist in der Tat Einbezirkteilchen, was unsere Rechnung rechtfertigt.

Experimentelle Prüfung

Zur Verifikation unserer Schlüsse bringen wir einige experimentelle Daten. Wir stellten nach ELMORE [2] verschiedene Fe_3O_4 -Sole her. Elektronenmikroskopische Aufnahmen zeigten, daß die Sole, welche gut definierte Bitter-Streifen gaben, fast keine Teilchen $5 \cdot 10^{-6}$ cm, wohl aber eine große Anzahl von etwa 10^{-6} cm enthielten. Größere Partikel reagierten nicht auf Blochwandstreufelder. Sole mit einem beträchtlichen Anteil größerer Teilchen gaben sehr schwache Bitterstreifen. ELMORE [7] bestimmte nach einer unabhängigen Methode den mittleren Durchmesser einer Fe_3O_4 -Teilchen zu $1,7 \cdot 10^{-6}$ cm.

Wir stellten kolloide Fe-Sole nach der Methode von THE. SVEDBERG [8] dar, bei der ein Hochfrequenzstrom sich zwischen Eisenelektroden in Aceton entladet. Elektronenmikroskopische Bilder zeigten, daß diese Acetonsole Teilchen enthielten, die in der Hauptsache kleiner als 10^{-6} cm waren. Wir erhielten mit diesen Solen schwache Bitterstreifen auf kristallitorientierten 3% Si-Fe-Proben.

Sowohl auf hochgradig kristallit-orientierten als auch auf unorientierten 50% Ni-Fe-Proben, die sorgfältig spannungsfrei gekühlt waren, erhielten wir mit einem der Sole Bitterstreifen. Ebenso wenig hatten wir bei einem spannungsfreien 50% Ni-Fe-Einkristall Erfolg. Indes wurden bei verspannten Stellen von orientiertem Material mit dem Fe_3O_4 -Sol Spuren von Streifen festgestellt.

Einige Autoren [9] berichten von Bitterstreifen, die sie auf 50% kaltgewalztem, sowohl hochgradig kristallit-orientierten, als auch unorientierten polykristallinen Bändern, als auch auf Einkristallen von Ni-Fe-Legierungen, die zwischen 50 und 75% Ni enthielten, bekamen.

Wir können diesen Beobachtungen leicht Rechnung tragen, da RATHENAU und SNOECK [10] fanden, daß man beim Kaltwalzen eines 50% Ni-Fe-Kristalles der magnetischen Kristallanisotropie von 10^4 erg. cm^{-3} eine einachsige magnetische Anisotropie von $2 \cdot 10^6$ erg. cm^{-3} überlagert. Dies bringt einen Zuwachs von μ in Gl. (5), der proportional $(K_w)^{1/2}$ ist, aber wichtiger ist die Zunahme der oberen Grenze von I_s in (10) proportional $(K_w)^{3/2}$.

Kürzlich beobachtete C. GREINER [11] an polykristallinen unorientiertem Material von 50% Ni-Fe-Bändern unter Zug Bitterstreifen von Ummagnetisierungskeimen. Aus (10) finden wir, daß ein Anwachs-

sen von K_w um einen Faktor 4, was einem Zug von etwa $20 \text{ kp} \cdot \text{mm}^{-2}$ entspricht, hinreicht, Bedingungen für Bitterstreifenbildung zu schaffen. Daß in diesen Experimenten die Spannungsanisotropie mindestens vergleichbar, wenn nicht größer als die Kristallanisotropie war, mag daraus geschlossen werden, daß die Wände der Keime mehrere Kristallite ohne merkliche Richtungsänderung durchsetzen und außerdem, daß in einzelnen Fällen ein Gleiten stattfand. So glauben wir, daß die GREINERschen Beobachtungen zumindest nicht im Widerspruch mit unseren Schlüssen stehen.

Wir untersuchten hochgradig kristallit-orientierte 50% Ni-Fe-Bänder hart unter der Fließgrenze, konnten aber nur Spuren von sich ausbreitenden Blochwänden beobachten.

Zum Schluß möchten wir Herrn Dr. L. J. DIJKSTRA für anregende Diskussion und Mr. W. R. McMILLAN für die Zurverfügungstellung des Elektronenmikroskops danken.

Zusammenfassung

Es wird gezeigt, daß 2 Hauptfaktoren die Bildung von Bitterstreifen begrenzen: Die Reduktion des Streufelds einer Blochwand durch den μ^* -Effekt und die magnetische Wechselwirkung der kolloiden Teilchen in der ELMORE-Suspension. Das Versagen der ELMORE-Technik Bitterstreifen im Fall von spannungsfreien Ni-Fe-Legierungen mit etwa 50% Ni zu erzeugen, wird durch Beziehungen erklärt, welche die oben erwähnten Faktoren enthalten.

Literatur. [1] ELMORE, W. C.: Phys. Rev. **51**, 982 (1937). — [2] ELMORE, W. C.: Phys. Rev. **54**, 309 (1938). — [3] HAMOS, L. v. and P. A. THIESSEN: Z. Phys. **71**, 442 (1931). — [4] BITTER, F.: Phys. Rev. **38**, 1903 (1931). — [5] BITTER, F.: Phys. Rev. **41**, 507 (1932); SNOECK, J. L.: Physica **3**, 118 (1936); WILLIAMS, H. J., R. M. BOZORTH and W. SHOCKLEY: Phys. Rev. **75**, 155 (1949); BATES, L. F. and G. W. WILSON: E. R. A. Tech. Rep. N/T 63 (1953). — [6] KITTEL, C.: Rev. Mod. Phys. **21**, 541 (1949). — [7] ELMORE, W. C.: Phys. Rev. **54**, 1092 (1938). — [8] Gmelins Hdbch. anorg. Chem. VIII/59, Fe(A), 221—2 (1929/33). — [9] SNOECK, J. L.: Physica **3**, 118 (1936); SNOECK, J. L. and M. W. LOUWERSE: Physica **4**, 257 (1937); BATES, L. F. and G. W. WILSON: E. R. A. Tech. Rep. N/T 63 (1953); CHIRAZUMI, S. and K. SUZUKI: Phys. Rev. **98**, 1130 (1955). — [10] RATHENAU, G. W. and J. L. SNOECK: Physica **8**, 555 (1941). — [11] GREINER, C.: Ann. Phys. VI/16, 176 (1955).

Dr. WILFRIED H. BERGMANN,
Westinghouse Research Laboratories,
Pittsburgh 35, Pennsylvania, USA.

Berichte

Die Genauigkeitsgrenze interferometrischer Längenmessungen

(am Beispiel der Endmaßmessung)

Von RUDOLF LANDWEHR

Mit 3 Textabbildungen

(Eingegangen am 24. Mai 1956)

1. Einleitung

Längenmessungen mit Lichtinterferenzen gleicher Dicke sind zu einem bereits in die Technik übergegangenen Hilfsmittel geworden und führen bei gewissen-

hafter Beobachtung der Versuchsbedingungen durchaus zu einwandfreien Ergebnissen. Trotzdem scheint der Zusammenhang der verschiedenen in Frage kommenden Faktoren mit der Einstellgenauigkeit der ein-

zelen Bruchteilmessung (für die jeweilige Wellenlänge), von dem nicht nur die Genauigkeit der ganzen Messung, sondern auch das Ausmaß der Genauigkeit der Vormessung abhängt, noch nicht näher untersucht zu sein¹. Deshalb dürfte eine Diskussion der Genauigkeit interferometrischer Längenmessungen unter Hervorhebung dieses besonderen Gesichtspunktes nicht nur systematisches Interesse, sondern auch für die Durchführung besonderer Aufgaben der Interferenzlängenmeßtechnik praktischen Nutzen haben.

Bei einer solchen Betrachtung wird der Vorteil einer genauen Messung der Streifenversetzung zusammen mit dem Bestreben, von Temperatureinflüssen möglichst unabhängig zu werden, erst ganz deutlich. Die Nützlichkeit photographischer Methoden, wie sie der Verfasser bei der Längenmessung von Endmaßen schon vor BRUCE und FINDLAY [3] angewandt hat, wird dadurch besonders betont. Die Untersuchung behandelt in erster Linie die Frage der absoluten Längenmessung von Endmaßen, bei der also eine rohe Vormessung nur zur Bestimmung des Bereiches der Ordnungszahlen dient, innerhalb dessen die zu messende Länge liegt. Bei der zunehmenden Genauigkeit der anderen vergleichenden Meßverfahren (optischer, mechanischer, elektromagnetischer, pneumatischer Art) ist die Benutzung der Lichtwellenlänge als metrische Einheit zu absoluten Längenmessungen immer noch von besonderem Interesse.

2. Fehlerdiskussion der Bruchteilmessung

Das Verfahren zur Bestimmung der Ordnungszahlen der benutzten Interferenzstreifen aus den überschießenden Bruchteilen wurde zuerst von PULFRICH angegeben [4]². Es sei hier ebenso wie die weitere Ausarbeitung durch KÖSTERS als bekannt vorausgesetzt [6], [7], [8], [9], [10], [11].

Weichen die Versuchsbedingungen, unter denen die Messung erfolgt ist, von den normalen Versuchsbedingungen, als die im allgemeinen eine Temperatur von 20° C, ein Luftdruck von 760 Torr, eine Luftfeuchtigkeit von 10 Torr Partialdruck und ein CO₂-Gehalt von 0,03% gelten, ab, so sind an dem Ergebnis der Messung entsprechende Korrekturen anzubringen (vgl. Abschnitt 6). Diese berücksichtigen u. a. die Änderung der Länge der Endmaße, sowie die Auswirkung der abweichenden Versuchsbedingungen auf den Brechungsindex der Luft. Diese Abweichungen von den Normalbedingungen wirken sich naturgemäß aber auch schon auf jede einzelne Bruchteileinstellung als zufällige Fehler aus, wenn man sie — wie meist üblich — hintereinander ausführt.

Die Länge l eines Endmaßes ausgedrückt in Lichtwellenlängen λ beträgt

$$l = (p + \varepsilon) \frac{\lambda}{2} \quad (1a)$$

Darin ist p die ganze Ordnungszahl und ε der Bruchteil einer solchen, der allein gemessen wird. Wir betrachten nun zunächst nur die verschiedenen Ursachen, die die Einstellung des

¹ Bei Benutzung des von KÖSTERS eingeführten Rechenschiebers [1] und bei Anschluß an eine genaue Vormessung tritt dieser Zusammenhang nicht so sehr in Erscheinung.

Um die Arbeit [1] ist die Literatur bei CANDLER [2] zu ergänzen (vgl. dortige Fußnote von S. 196).

² BENOÎT hat dasselbe Verfahren später noch einmal angegeben [5], ohne [4] zu zitieren.

Bruchteils

$$\varepsilon = l \frac{2}{\lambda} - p \quad (1)$$

beeinflussen können¹.

Der am meisten ins Gewicht fallende Fehler ist der durch die Längenänderung δl des Endmaßes bei einer Temperaturänderung δt verursachte Fehler:

$$\delta \varepsilon_1 = - \frac{2}{\lambda} \cdot l \cdot \alpha_E \cdot \delta t$$

Darin ist l die Länge des gemessenen Endmaßes, α_E sein Ausdehnungskoeffizient (als Mittelwert gilt: $11,5 \cdot 10^{-6}$), $\delta t = 20^\circ$ (t Meßtemperatur).

Für die Änderung des Bruchteiles $\delta \varepsilon_2$ durch die Änderung des Brechungsindex der Luft bei Versuchsbedingungen, die von den normalen Bedingungen abweichen, gilt

$$\delta \varepsilon_2 = - \frac{2l}{\lambda^2} \delta \lambda = \frac{2l}{\lambda} \left(\frac{\lambda_N}{\lambda} - 1 \right) = \frac{2l}{\lambda} \left(\frac{n}{n_N} - 1 \right); \quad (2)$$

λ_N Wellenlänge bei den normalen Bedingungen ($t = 20^\circ$ C, $p = 760$ Torr, $e = 10$ Torr), λ Wellenlänge bei den für die Messung geltenden Werten t, p, e ; n_N, n die entsprechenden Brechungsindices für Luft. Für die Abhängigkeit des Brechungsindex der Luft von Temperatur, Luftdruck und Feuchtigkeit gilt

$$n = 1 + (n_s - 1) \cdot \frac{1 + 15 \alpha}{1 + \alpha \cdot t} \cdot \frac{p}{760} - \frac{0,055 \cdot 10^{-6} \cdot e}{1 + \alpha \cdot t}, \quad (3)$$

wenn man nach der internationalen Vereinbarung an den Brechungsindex n_s bei den spektroskopischen Normalbedingungen, d. h. für trockene Luft bei 15° C, 760 Torr Druck mit 0,03% CO₂ anschließt (α Ausdehnungskoeffizient der Luft = 0,00367) [13]².

Für diesen Brechungsindex gilt in Abhängigkeit von der Vakuumwellenlänge λ_0 (in μ) [15]:

$$(n_s - 1) \cdot 10^8 = 6432,8 + \frac{2949810}{146 - 1/\lambda_0^2} + \frac{25540}{41 - 1/\lambda_0^6} \quad (5)$$

Für eine mittlere Wellenlänge ($\lambda_0 = 0,55 \mu$) erhält man $n_s = 1,0002778$ und

$$\left(\frac{n}{n_N} - 1 \right) = \left(-272,498 + \frac{0,3855 \cdot p}{1 + \alpha t} - \frac{0,055 \cdot e}{1 + \alpha t} \right) 10^{-6} \quad (6)$$

Durch Differentiation nach t, p, e ergeben sich daraus als entsprechende Bruchteiländerungen näherungsweise

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial t} &= \frac{2l}{\lambda} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{n}{n_N} - 1 \right) = \frac{2l}{\lambda} \cdot 0,932 \cdot 10^{-6} \\ \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial p} &= \frac{2l}{\lambda} \cdot \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{n}{n_N} - 1 \right) = \frac{2l}{\lambda} \cdot 0,358 \cdot 10^{-6} \\ \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial e} &= \frac{2l}{\lambda} \cdot \frac{\partial}{\partial e} \left(\frac{n}{n_N} - 1 \right) = \frac{2l}{\lambda} \cdot 0,051 \cdot 10^{-6} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Bei einer Abweichung von 3° C, 30 Torr Luftdruck und 5 Torr Wasserdampfdruck von den normalen Versuchsbedingungen (20°, 760 Torr, 10 Torr) beträgt der größte Unterschied in $\delta \varepsilon_2$ von dem genauen Wert für ein Endmaß von 50 mm Länge 0,011.

Als letztes kommt noch der Fehler $\delta \varepsilon_3$ hinzu, mit dem der Bruchteil wirklich gemessen wird, also die Genauigkeit, mit der die Versetzung der Streifen auf dem Endmaß gegenüber denen auf der Ansprengeplatte oder auf der Fläche des Endmaßes, gegen die die Messung erfolgen soll, bestimmt wird.

¹ Eine entsprechende Genauigkeitsdiskussion wurde schon von PRIETZSCH [12] durchgeführt. Nur wurde dort der resultierende Fehler von im wesentlichen derselben Größe als Fehler der anzubringenden Korrekturen und damit als Fehler der Gesamtmessung betrachtet. Außerdem bezieht sich die Untersuchung in erster Linie auf den Fall einer Vergleichsmessung.

² BARRELL [14] fügt als Faktor für das 2. Glied noch $(1 + \beta_t \cdot p)/(1 + 760 \beta_{15})$ hinzu, wo β die Kompressibilität ist mit $\beta_t = (1,049 + 0,0157 \cdot t) \cdot 10^{-6}$ (Mittelwert für trockene, CO₂-freie Luft) und rechnet mit $\alpha = 0,003661$ (Mittelwert für das sichtbare Gebiet). Für die Abhängigkeit von der Luftfeuchtigkeit e wird als Korrektur $-\frac{0,0624 - 0,00068/\lambda_0^2}{1 + \alpha t} \cdot e$ angegeben.

Der gesamte zufällige Fehler $\delta \epsilon$, der bei der Bestimmung des Bruchteiles auftreten kann, ist dann maximal

$$\epsilon = \pm \left\{ [(\alpha_E \cdot 10^6 \pm 0,932) \delta t + 0,358 \cdot \delta b + 0,051 \cdot \delta \epsilon] \times \frac{2l}{\lambda} \cdot 10^{-6} + \delta \epsilon_3 \right\} \quad (8)$$

Hierbei ist davon ausgegangen, daß man nur eine Einstellung (für jede Wellenlänge) vornimmt, wie das bei der direkten visuellen Ablesung — schon allein wegen des großen Temperatureinflusses — meistens üblich ist. Ist die Zahl der Einstellungen genügend groß, wie etwa bei der Auswertung photographischer Aufnahmen, so ist natürlich das quadratische Fehlerfortpflanzungsgesetz anzuwenden. Das eingeklammerte Vorzeichen ist gültig, wenn man annehmen kann, daß das Endmaß und der angrenzende Luftkörper dieselbe Temperatur haben bzw. gleiche Temperaturschwankungen mitmachen.

Um die vorkommenden Größen anschaulicher zu machen, ist in Abb. 1 die Abhängigkeit von der Länge l der zu messenden Schicht für eine mittlere Wellenlänge ($\lambda = 0,55 \mu$), für $\alpha_E = 1,5 \cdot 10^{-6}$, $\delta b = 0,2$ Torr, $\delta \epsilon = 0,5$ Torr und für verschiedene δt und $\delta \epsilon_3$ eingetragen, unter der Voraussetzung, daß die Formel (8) anwendbar ist. Die untere von den beiden am stärksten geneigten Geraden stellt etwa die Verhältnisse dar, wie sie bei normalen technischen Messungen (ohne besonderen Aufwand) vorkommen; die flachen Geraden gelten schon für sorgfältige Messungen. Die strichpunktiierten Linien in Abb. 1 enthalten die Fehler $\delta \epsilon$, die sich bei Anwendung des quadratischen Fehlerfortpflanzungsgesetzes ergeben. Es ist zu beachten, daß der Temperatureinfluß im allgemeinen praktisch geringer gehalten wird, als der hierfür üblichen Meßgenauigkeit entspricht.

Zum Vergleich sind auch (gestrichelt) einige Genauigkeiten eingetragen (Maßstab rechts, in $\frac{\epsilon}{\lambda/2} \mu$), die in Druckschriften und in der Literatur angegeben wurden. Hierbei handelt es sich aber um die Genauigkeit der gesamten Längenmessung. Sie ist naturgemäß je nach der Genauigkeit der Bruchteilmessung und nach der Größe der eingehaltenen Temperaturkonstanz verschieden.¹

3. Einfluß der Meßfehler der einzelnen Bruchteilmessung auf die Genauigkeit der Längenmessung

Zur näheren Diskussion des Zusammenhanges zwischen der Genauigkeit der einzelnen Bruchteilmessung

¹ Um bei größeren Längen eine hohe Genauigkeit zu erreichen, müssen natürlich δb , $\delta \epsilon$, vor allem aber δt und $\delta \epsilon_3$ genügend klein sein. Unter Verwendung eines besonderen Einstellverfahrens konnte KÖSTERS die Länge eines 1 Meter-Endmaßes mit einer Genauigkeit von $0,02 \mu$ bestimmen [19]. — Hier sei auch darauf hingewiesen, daß man sich bei der Landesvermessung ebenfalls interferometrischer Methoden, allerdings anderer Art, bedient, um die dort geforderte hohe Genauigkeit zu erreichen. Eine besondere Leistung stellt die Ausmessung der Nummela-Standard-Basis in Finnland von 864 m Länge auf 0,05 mm genau dar [20].

und der Genauigkeit der gesamten Längenmessung sei ein Ausschnitt aus der Tabelle der Differenz-Bruchteile angegeben (Tabelle 1).

Die Tabelle wurde berechnet für die auch später bei den Versuchen benutzten Spektrallinien (s. Tab. 3). Da nur die Entwicklung der Bruchteilfolgen gezeigt werden soll, beginnt die Tabelle bei den Bruchteilwerten 0.00. Praktisch erhält man natürlich je nach der abzuzeihenden Bruchteilfolge für die Soll-Länge andere Ausgangsbruchteile, die Tabelle wäre also jeweils nach oben oder unten zu verschieben. Das ändert aber nichts an der Wiederholbarkeit der Bruchteilfolgen.

Eine Abschätzung des Bereiches, innerhalb dessen die beobachtete Bruchteilfolge sicher nicht wieder

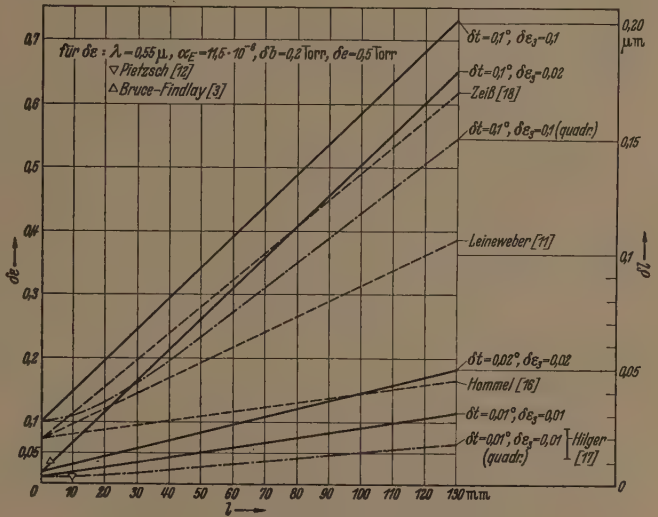


Abb. 1. Abhängigkeit der zufälligen Fehler $\delta \epsilon$ (bzw. der Gesamtmeßfehler δl) von den Versuchsbedingungen.

auftritt, kann man leicht folgendermaßen vornehmen. Die Größe der einzelnen Schritte in den einzelnen Spalten sind $1, \lambda_1/\lambda_2, \lambda_1/\lambda_3, \dots$. Die Bruchteile ändern sich in den Spalten von einer Zeile zur nächsten, also um: .00; $(\lambda_1/\lambda_2 - 1), (\lambda_1/\lambda_3 - 1) \dots$ (bei den vier Cd-Wellenlängen um .00; .26596; .34137; .37629). In der ersten Spalte kann also jede Zeile eine Lösung sein.

Tabelle 1. Ausschnitt aus Grundtabelle der Differenzbruchteilfolgen (abgerundet)

	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5
Δl in μ	λ_1/λ_n				
	1	1,26596	1,34137	1,20335	1,01196
—0,97	— 3.00	— 3.80	— 4.02	— 3.61	— 3.04
—0,65	— 2.00	— 2.53	— 2.68	— 2.41	— 2.02
—0,32	— 1.00	— 1.27	— 1.34	— 1.20	— 1.01
0,00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0,32	1.00	1.27	1.34	1.20	1.01
0,65	2.00	2.53	2.68	2.41	2.02
0,97	3.00	3.80	4.02	3.61	3.04
1,29	4.00	5.06	5.37	4.81	4.05
1,61	5.00	6.33	6.71	6.02	5.06
1,93	6.00	7.60	8.05	7.22	6.07
2,26	7.00	8.86	9.84	8.42	7.08
2,58	8.00	10.13	10.73	9.63	8.10
2,90	9.00	11.39	12.07	10.83	9.11
3,22	10.00	12.66	13.41	12.03	10.12

Dieselbe Bruchteil-Konstellation tritt nun auf, wenn ein ganzes Vielfaches dieser Brüche gerade: 1.00; 2.00; 3.00; ... ausmacht. Bei einer durch den Fehler $\delta\epsilon$ gegebenen Toleranz von z. B. $\pm 0,02$ müssen die ganzen Vielfache innerhalb der Bereiche 0.98 bis 1.02; 1.98 bis 2.02; ... liegen. Mit dem Rechenschieber sind diese Stellen leicht aufzufinden und dann zweckmäßigerweise durch Nachrechnen zu kontrollieren. Die Stellen wiederholen sich natürlich periodisch. Doch ist zu beachten, daß bei höherer Multiplizität die Toleranz überschritten wird und die entsprechende Stellen fortfallen, dafür aber neue Stellen dazu kommen. So kann man für jede Wellenlänge (im Verhältnis zur Anschlußwellenlänge) und für die jeweils vorhandene Toleranz $\delta\epsilon$ die Stellen einer Wiederholung derselben Bruchteile feststellen und danach auch die geeignetste Auswahl der Wellenlängen vornehmen. Die Einrichtung eines besonderen Rechenschiebers dürfte für größere Dicken der Differenzschichten (über einige μ hinaus) einen zu großen Aufwand bedeuten.

Wie man aus der Tabelle ersieht, wird eine Messung gänzlich unmöglich, wenn $\delta\epsilon$ einen Wert von etwa 0,5 hat (was z. B. bei langen Endmaßen unter ungünstigen Bedingungen der Fall sein kann). Wenn man für eine beobachtete Bruchteilfolge einen eindeutigen Wert der Endmaßlänge auffinden will, wird die Toleranz für $\delta\epsilon$ dadurch weiter eingeschränkt, daß man unterhalb der größten möglichen Bruchteildifferenzen zweier aufeinanderfolgender Zeilen bleibt. Sie ist abhängig von dem Größenverhältnis der verwandten Wellenlängen, und zwar ist sie dann am größten, wenn das Verhältnis der kürzesten zur längsten Wellenlänge 1:2 oder 2:3 beträgt. Für die in der Tabelle 1 verwandten Wellenlängen ist die größte Differenz zweier aufeinanderfolgender Zeilen $|\delta\epsilon_{\max}| = 0,35$, bei Hinzunahme der blau-violetten Cd-Linie: 0,37, d. h. $\delta\epsilon$ muß auf jeden Fall unter diesen Werten bleiben. Bei Benutzung der He-Linien 6678 bis 4473 Å ist dieses Verhältnis günstiger. Die Toleranz beträgt hier beinahe $|\delta\epsilon_{\max}| = 0,48$.

Eine weitere Einschränkung erfährt die Toleranz dadurch, daß der Bruchteil für die erste Wellenlänge, an den man bei Aufstellung der Tabelle im allgemeinen anschließt, ja auch mit dem Meßfehler $\delta\epsilon$ behaftet ist. Würde sich z. B. als erster Differenz-Bruchteil 0.10 (statt 0.00) ergeben, so erhielte man die folgende Tabelle 2.

Tabelle 2. Ausschnitt aus einer Tabelle von Differenzbruchteilfolgen (abgerundet)

Δd in μ	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5
—1,25	—3.90	—4.94	—5.23	—4.69	—3.95
—0,94	—2.90	—3.67	—3.89	—3.49	—2.93
—0,61	—1.90	—2.41	—2.55	—2.29	—1.92
—0,29	—0.90	—1.14	—1.21	—1.08	—0.91
0,03	0.10	0.13	0.13	0.12	0.10
0,35	1.10	1.39	1.48	1.32	1.11
0,68	2.10	2.66	2.82	2.53	2.13
1,00	3.10	3.92	4.16	3.73	3.14
1,32	4.10	5.19	5.50	4.93	4.15

Wären nun die gemessenen Bruchteile .10; .71; .92; .59; .08 ($\delta\epsilon = \pm 0,10$), so erhielte man nach der Tabelle 2 für die Differenzschicht den Wert $\Delta d \approx 0,68\mu$, während man nach der Tabelle 1 (mit $\epsilon(\lambda_1) = 0,00$) binen um etwa eine Wellenlänge größeren Wert (0,97 μ) bekommen würde. Es hängt also von der Größe von

$\delta\epsilon$ ab, ob überhaupt noch eine Messung nach dieser Methode möglich ist.

Außer durch die Zahl und Lage der verwandten Spektrallinien wird die Breite des Gebietes, innerhalb dessen die gesuchte Länge liegt, durch die Genauigkeit festgelegt, mit der man ϵ bestimmen kann. Nach der Größe von $\delta\epsilon$ richtet sich also der Genauigkeitsanspruch der angenäherten Messung, die der Interferenzmessung vorherzugehen hat. Man kann entweder größeren apparativen Aufwand die Länge schon vorher genau messen und benötigt dann keine große Tabelle. Man kann aber auch die Genauigkeit der vorhergehenden Messung herabsetzen, also mit relativ einfachen Hilfsmitteln messen, gebraucht dann allerdings eine etwas längere Tabelle (vgl. aber Abschnitt letzter Absatz). Das letztere ist aber nur möglich, wenn man die Messung wirklich genügend genau durchführen kann, wenn also $\delta\epsilon$ klein genug ist. Im allgemeinen ist es üblich, die Länge des Endmaßes vor z. B. mit einem Endmaß-Ursatz und einem Optimal auf wenige $1/10\mu$ genau zu messen. Hierbei handelt es sich dann eigentlich nicht mehr um eine absolute Messung, sondern um eine Vergleichsmessung.

Unter Verwendung des genannten Hilfsmittels läßt sich zeigen, daß — je nach der zugelassenen Toleranz — erst bei höheren Ordnungen eine Wiederholung der selben Bruchteile erfolgt. So erkennt man schon bald, daß bei einer Toleranz von etwa $\delta\epsilon = \pm 0,02$ schon bei Anwendung der drei ersten Cd-Wellenlängen eine übereinstimmende Bruchteilfolge nach 252 Schritten, d. h. etwa 81 μ von der Ausgangslänge entfernt eintritt. Bei einer größeren Toleranz von $\delta\epsilon = \pm 0,10$ erhält man mit diesen Wellenlängen schon nach 17 Schritten (gleich 56 μ) Übereinstimmung, bei einer Toleranz von $\pm 0,10$ stimmen an dieser Stelle schon alle 4 Cd-Wellenlängen überein.

Eine steigende Zahl der benutzten Wellenlängen und zunehmende Einstellgenauigkeit ermöglicht also eine Heraufsetzung der Toleranz für die vorhergehende Messung. Nimmt man die vorhergehende Messung auf $1-2\mu$ genau vor, so läßt sich — wie auch Tabelle 2 zeigt — unter Benutzung z. B. der drei ersten Cd-Wellenlängen auch bei einer relativ ungenauen Einstellung von ϵ eine einwandfreie Messung vornehmen. Benutzt man aber z. B. alle 4 Cd-Wellenlängen und setzt $\delta\epsilon$ herab, so ist für die Vermessung sicher keine größere Genauigkeit als $\pm 0,1$ mm erforderlich. Es reicht also schon die Genauigkeit einer Schublehre aus, um nachher mit Interferenzen die genaue Länge auf $\pm 0,001 - 0,01\mu$ genau zu bestimmen.

4. Versuchsanordnung für photographische Verfahren

Die ersten Versuche zur Kontrolle der Überlegungen wurden seinerzeit an dem großen Interferenzgerät der Askania-Werke [21] unter Verwendung verschiedener Spektrallampen und Filter bzw. eines Monochromators durchgeführt. Tabelle 3 enthält eine Zusammenstellung der benutzten Spektrallinien und ihrer auf die normalen Versuchsbedingungen umgerechneten Werte¹.

¹ Zur Berechnung der Soll-Bruchteile, insbesondere bei größeren Längen, ist auch die durch die Struktur der betreffenden Spektrallinien auftretende und von der jeweiligen Anregungsart abhängende Verschiebung zu berücksichtigen. Für die Cd-Wellenlängen vgl. [19] [24]. Neuerdings haben sich einige Linien der Isotope ⁸¹Kr, ⁸⁶Kr und ¹⁹⁸Hg als einfach und sehr brauchbar erwiesen [25].

Tabelle 3. Benutzte Spektrallinien

	Elem.	λ_s i. Å.	$\lambda_{20,760,10}$	Lit.
λ_1	Cd	6438,4695	6438,5032	[22]
λ_2	Cd	5085,8217	5085,8485	
λ_3	Cd	4799,9124	4799,9378	
λ_4	Cd	4678,1493	4678,1741	
λ_5	Tl	5350,46	5350,49	[23]
λ_6	Zn	6362,347	6362,380	[23]

Zur Erhöhung der Einstellgenauigkeit wurden photographische Aufnahmen gemacht und diese an dem Meßapparat ausgemessen. Dabei wurde mit der vorhandenen reellen Vergleichsfläche bei Endmaßen, die auf einer Quarzplatte angesprengt waren, ohne besondere Maßnahmen ein $\delta\epsilon$ von ± 0.03 erreicht.

Die photographische Methode beansprucht zwar einen etwas größeren Aufwand, hat aber erhebliche Vorteile gegenüber der visuellen Einstellung. Zunächst ist die Bestimmung der Streifenbruchteile genauer, wenn man zur Auswertung der Aufnahmen eine Lupe oder besser einen Meßapparat verwendet. Die hierbei zu erzielenden Kontrastverhältnisse zwischen Streifen und Meßfaden gewähren eine größere Meßsicherheit als die visuelle Auswertung mit einem Okular-Mikrometer. Im letzteren stellt man einen dunkel erscheinenden Faden auf dunkle Streifen ein. Bei einer Negativ-Platte dagegen stellt man einen dunklen Faden auf einen hellen Streifen ein, und man außerdem die Umfeldbeleuchtung günstig wählen. Im übrigen ist die Einführung einer okularmikrometrischen Ausmessung bei dem Komparator von HILGER [17], [26] und vor allem der Kompensations-einstellung bei dem neuen Komparator von ZEISS [18] schon ein erheblicher Fortschritt gegenüber der früher geübten Schätzung. Mit einem unmittelbar über dem Endmaß befindlichen besonders konstruierten Mikrometer erreichte PIETZSCH [12] schon 1928 bei Einstellung auf eine Interferenzstreifen eine Genauigkeit von ± 0.02 . Eine weitere Steigerung der Einstellgenauigkeit bei Auswertung der photographischen Platte, deren Sinn sich aus der früheren Betrachtung ergibt, läßt sich durch geeignete photographische Methoden (z. B. [27]), durch photometrische Auswertung [28], [29], oder durch Anwendung des Äquidensitenverfahrens [30], erreichen¹.

Ein weiterer Vorteil bietet sich insofern, als die Aufnahmezeit bei einer größeren Zahl zu verwendender Wellenlängen kürzer ist als die entsprechende Zeit, die eine visuelle Beobachtungsreihe in Anspruch nimmt. Besonders gilt dies bei dem nachstehend beschriebenen Verfahren der gleichzeitigen Aufnahme mit verschiedenen Wellenlängen. Durch Wahl eines geeigneten Plattenmaterials läßt sich die Belichtungszeit genügend herabsetzen (auf mindestens 1/30 s).

Der photographische Verschluss kann in beliebiger Entfernung von der Meßstelle (etwa außerhalb eines temperaturkonstanten Raumes) ausgelöst werden. Die Beeinflussung der Meßstelle durch die Körperwärme des Beobachters ist damit ausgeschaltet. Wegen der summierenden Eigenschaft der photographischen Platte lassen sich mit der photographischen Methode Endmaße größerer Länge ausmessen als mit Hilfe der visuellen, da auf einer Aufnahme noch Interferenzstreifen erscheinen, wo sie bei visueller Beobachtung wegen der geringen Helligkeit nicht mehr wahrgenommen werden können. Außerdem bleibt die photographische Aufnahme als Dokument erhalten.

Um zu erreichen, daß sich eine Änderung der Versuchsbedingungen (Temperatur, Luftdruck, Feuchtigkeit) in gleicher Weise auf alle Messungen auswirkt, daß also wenigstens innerhalb einer horizontalen Reihe der Bruchteildifferenzfolgen nur noch die Ungenauigkeit bei der Messung der Streifenversetzung übrig bleibt, muß man die Messungen für die verschiedenen

Wellenlängen gleichzeitig ausführen¹. Bei dem photographischen Verfahren ist das im Gegensatz zur visuellen Auswertung möglich, und zwar durch Einschaltung eines dispergierenden Prismas hinter der eigentlichen Interferenzanordnung (statt vor dieser). Schon WEBER [35] hat auf eine solche grundsätzliche Möglichkeit kurz hingewiesen. Kürzlich haben BRUCE und FINDLAY [3] eine derartige Anordnung in Verbindung mit dem *NPL-Gauge-Interferometer* (vgl. [35a]) beschrieben.

Auf Grund unserer oben skizzierten Überlegungen haben wir schon vor etwa 15 Jahren eine ähnliche Anordnung bei dem großen *Askania*-Interferenzgerät mit sehr gutem Erfolg benutzt. Es war ohne weiteres möglich, in den parallelen Strahlengang der Abbildungsoptik ([21], dortige Abb. 2, zwischen O_2 und O_4) ein Amici-Prisma (Dispersion: $C - F = 6^\circ 13'$) einzusetzen und die vorhandene Kamera zu benutzen. Unsere Anordnung unterschied sich von der in [3] beschriebenen dadurch, daß Beleuchtungs- und Beobachtungsstrahlengang vollkommen getrennt waren (mit dem Vorteil der für jeden Zweck geeignetsten Korrektur des optischen Systems). Für die größte erreichbare Parallelität der einfallenden Strahlen ergab sich bei dem *Askania*-Gerät ein Einfallswinkel von etwa $\pm 2'$. Ferner wurde nicht das ganze Endmaß, sondern nur der mittlere Teil abgebildet. Dabei war das Endmaß um 90° gegenüber der BRUCE-FINDLAYschen Anordnung gedreht. Die Ausblendung des Gesichtsfeldes erfolgte durch einen unmittelbar über dem Endmaß befindlichen Spalt von etwa 3 mm Breite. Ein solcher Ausschnitt, der auch noch weiter verkleinert werden kann, ist zur Ausmessung vollständig ausreichend und erleichtert die Erfassung des Endmaßes an derselben Stelle. Bei geeigneter Wahl des Strahlenganges läßt sich die reelle Blende aber durch eine virtuelle ersetzen, die durch Abbildung einer reellen Blende im Beleuchtungsstrahlengang — evtl. unter Zuhilfenahme einer Feldlinse — entsteht.

Dieser Strahlengang läßt sich natürlich grundsätzlich bei allen Interferenzkomparatoren, sowohl denen mit nur einem Strahlengang ([21], *NPL* [35a], Hilger, London [36]), als auch mit geteiltem Strahlengang, nach dem MICHELSON-Prinzip (Zeiss, Jena [10] oder mit dem KÖSTERSchen Prisma [19] und den neuen auch zu Absolutmessungen geeigneten Komparatoren von Hilger [17], [26] und Zeiss Oberkochen [18]), einrichten. Man muß nur Beleuchtungs- und Beobachtungsende vertauschen und natürlich im Beleuchtungsstrahlengang, die (einschaltbare) Blende und hinter dem Dispersionsprisma eine geeignete Kamera anbringen, wobei hinsichtlich der Korrektur der optischen Teile zweckmäßigerweise auf die geänderten Bedingungen Rücksicht zu nehmen wäre. Die Ablesestellen zur Messung der Temperatur und evtl. des Luftdrucks und der Feuchtigkeit könnte man gegebenenfalls auf derselben Platte zusammen mit dem Interferenzbild aufnehmen.

¹ Die gleichzeitige photographische Aufnahme von anderen Interferenzerscheinungen bei verschiedenen Wellenlängen ist zum Teil schon lange bekannt (PIEROT-FABRY usw.) und auch zur Messung von Änderungen der optischen Weglänge (z. B. bei den BREWSTERschen Streifen zur Bestimmung der Dispersion der Luft [33]) herangezogen worden.

Bei zwei Interferenzgeräten für den großen Komparator des damaligen Reichsanstalts für Landesaufnahme, des jetzigen Institutes für angewandte Geodäsie, Frankfurt, die zum Anschluß des 1 m-Spiegels an einen 1 m-Quarzstab dienten, und bei denen die Einhaltung einer sehr genauen Temperaturkonstanz schwieriger war, wurde eine einwandfreie Messung auch erst durch Herstellung einer photographischen Aufnahme — hier allerdings in erster Linie von Interferenzen in spektralzerlegtem weißem Licht — ermöglicht [34].

¹ Auch auf die Möglichkeit einer Ausnutzung der heute mit elektrischen Einstellverfahren erreichbaren hohen Genauigkeit muß hier hingewiesen werden. Vgl. z. B. [32].

5. Versuchsergebnisse

Die beiden Abb. 2 und 3 zeigen zwei Aufnahmen, die mit der beschriebenen Anordnung gemacht wurden. In Abb. 2 handelt es sich um ein Endmaß mit dem Genauigkeitsgrad 3, das auf einer Quarzplatte angesprengt ist, in Abb. 3 um ein solches von 9,5 mm Länge, das auf ein anderes aus gleichem Material aufgesetzt (nicht angesprengt) war.

Bei der Auswertung von Endmaßen nach diesem Verfahren unter Benutzung der 4 Kadmiumwellenlängen ergab sich, daß oft schon mit einer einzigen Durchmessung sofort mit Sicherheit die richtige Bruchteilfolge gefunden werden konnte. Die Übereinstimmung

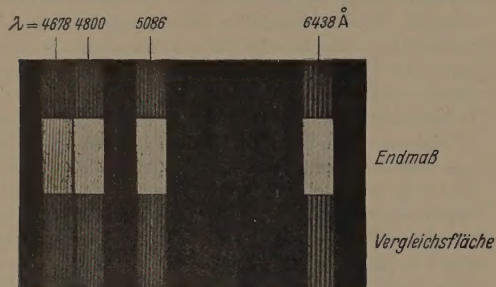


Abb. 2. Spektral-zerlegte Interferenzen „gleicher Dicke“ auf einem auf einer Quarzplatte angesprengten Stahlendmaß (Dicke: 3,5 mm).

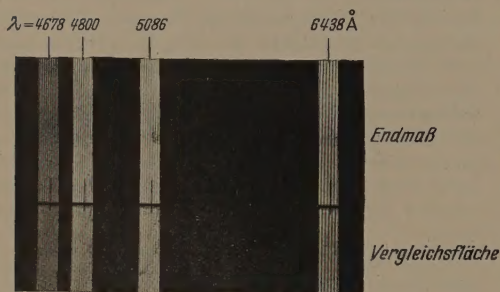


Abb. 3. Spektral-zerlegte Interferenzen „gleicher Dicke“ auf einem auf ein anderes Endmaß aufgesetzten Stahlendmaß (Dicke: 9,5 mm).

war bei diesen Messungen, die — abgesehen von einer Abschirmung — ohne besondere Maßnahmen zur Einhaltung gleicher Temperatur gemacht wurden, wesentlich besser als bei visueller Ausmessung, auch besser als bei der Auswertung von Aufnahmen, die für die einzelnen Wellenlängen nacheinander gemacht wurden. Gemessen wurde z. B. für ein Endmaß von 3,5 mm Länge (Abb. 1):

Ist-Bruchteile	.15	.70	.30	.72
Soll-Bruchteile	.08	.68	.52	.10
Differenz-Bruchteile	.07	.02	.78	.62
	.93	.98	.22	.38
berechnet für $\Delta l = 1,262 \mu$:	3.92	4.96	5.26	5.39

Der mittlere Fehler (der hier nur aus dem Fehler der Ausmessung der Streifenversetzung besteht) betrug $\pm 0,027$, der wahrscheinliche Fehler $\pm 0,02$, ent-

sprechend einem Längenfehler von $\pm 0,005 \mu^1$. Andere Messungen ergaben ähnliche Werte².

Jedenfalls läßt sich zeigen, daß bei Verwendung der genannten 4 Cd-Wellenlängen und bei der angegebenen Genauigkeit sicher eine vorhergehende Messung auf $\pm 0,1$ mm genügt, um eine Länge von 9,5 mm auf 5 Stellen nach dem Komma genau zu ermitteln.

Will man sich die zur Berechnung einer größeren Dicke der Differenzschicht erforderliche (einmalige) Aufstellung der Tabelle der Differenz-Bruchteilfolge ersparen, so kann man zur Auffindung des richtigen Bereiches auch das oben (unter 3) angegebene Verfahren zur Hilfe nehmen. Etwas Ähnliches hat PARRARD [37], [38] für das Koinzidenz-Verfahren vorgeschlagen. Auch in diesem Falle handelt es sich um die Frage nach der Zahl der Ordnungen, bei denen die Interferenzstreifen (Ringe) für je 2 verschiedene Farben zusammenfallen.

6. Korrekturen

Die Frage der Korrektur sei nur am Rande behandelt. Sie ist aber insofern hier von Bedeutung, als sie im Hinblick auf die einzelnen Bruchteilmessungen berücksichtigt werden muß, wenn eine im Verhältnis zur Meßgenauigkeit größere Wellenlängenabhängigkeit vorhanden ist. In diesem Falle ist die Korrektur schon vorher bei der Bestimmung der Soll-Bruchteile bzw. der Ausgangsbruchteilfolge anzubringen. Natürlich ist eine Korrektur schon bei der einzelnen Beobachtung erforderlich, wenn die Versuchsbedingungen sich während der Messung ändern.

Eine Wellenlängenabhängigkeit ist bei den folgenden Korrekturen möglich.

a) Als angenäherte Formel für eine Korrektur, die infolge des Einflusses abweichender Versuchsbedingungen Δt , Δb , Δe anzubringen ist, gilt entsprechend (8) angenähert

$$c = -[(\alpha_E \cdot 10^6 - 0,932) \cdot \Delta t + 0,358 \cdot \Delta b - 0,051 \cdot \Delta e] \cdot 10^{-6} \cdot l. \quad (9)$$

Für genaue Messungen ist natürlich mit den Ausgangsformeln (4), (5) zu rechnen. Bei größerer Länge des zu messenden Endmaßes kann der Einfluß der Dispersion der Luft eine Dispersion der Bruchteile

($\delta \epsilon = c \frac{2}{\lambda}$) zur Folge haben. 1° Temperaturabweichung

ergeben schon bei einem Endmaß von rund 15 mm Länge eine Änderung in ϵ von 0,01, wenn man von der roten zur blau-violetten Cd-Linie übergeht. In der Formel (9) würden sich dann die drei letzten Glieder in der eckigen Klammer ändern. Zum Anschluß einer beliebigen Wellenlänge λ an die Wellenlänge unter den spektroskopischen Normalbedingungen

¹ PIETZSCH [12] hat für vergleichende Messungen an einer unveränderten Endmaß von 10 mm Länge auch schon eine Genauigkeit von $\pm 0,005 \mu$ angegeben. Allerdings wurde bei dieser Abschätzung der Genauigkeit einzelne besonders streuende Werte fortgelassen.

² Eine Reduktion auf die normalen Versuchsbedingungen konnte seinerzeit nicht vorgenommen werden, weil genauere Meßeinrichtungen fehlten. Da nur eine grundsätzliche Überprüfung des Verfahrens interessierte, wurden auch die übrigen Korrekturen (Phasensprung und Ausprengschicht usw.) nicht angebracht. — Wegen Fehlens geeigneter Lichtquellen konnte ferner entsprechende Versuche mit größeren Längen nicht durchgeführt werden.

(λ_s) kann man sich der folgenden Reduktionsformel bedienen:

$$\frac{\lambda - \lambda_s}{\lambda_s} = \left(A - B \frac{p}{1 + \alpha t} + C \frac{e}{1 + \alpha t} \right) \cdot 10^{-6} \quad (10)$$

arin ist $A = (n_s - 1) \cdot 10^6$, $B = A \cdot 0,0013882 \cdot 10^6$, $C = 0,055$, $\alpha = 0,00367^\circ$.

b) Die Dispersion des Phasensprunges kann unter Umständen eine Rolle spielen. Allerdings ist diese meistens verbunden mit einer verschiedenen Einingtiefe der Lichtstrahlen in die Endmaoberflche. Abhängigkeit von ihrer Güte. Für die Verlngung τ des Weges infolge tiefer liegender wirklicher Reflexionsebene gilt

$$\tau = \frac{\delta}{\pi} \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad \text{tg } \delta = \frac{2(n \cdot \kappa)}{1 - n^2 - (n \cdot \kappa)^2} \quad (11)$$

arin ist n die Brechzahl, $(n \cdot \kappa)$ der Absorptionskoeffizient und δ der Phasenwinkel zwischen reflektierter und einfallender Amplitude (vgl. auch [39]). t den Werten von PFESTORF [40] ergeben sich z. B. für Stahl für die 4 Cd-Wellenlängen die in der Tabelle 4 thaltene Werte.

Tabelle 4. Dispersion des Phasensprunges

	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4
τ in μ	0,032	0,031	0,030	0,030
δ in $^\circ$	0,050	0,060	0,063	0,065

Bei genauen Messungen ist diese Korrektur also ht zu übersehen. Für andere Metalle, vor allem für g, ist sie noch wesentlich größer. In bezug auf die Endmalnge würde diese also um den halben Betrag von τ zu kurz gemessen. Verbunden mit dem Einfluß durch die Struktur der Oberfläche kann der Gesamtfehler bis auf $0,08 \mu$ ansteigen. Im allgemeineren Fall für genaue Messungen eine besondere Bestimmung dieses Fehlers nötig und angebracht sein. Sie kann so erfolgen, daß man zwei verschiedenen lange Endmaße mit gleicher Oberfläche miteinander vergleicht ([2] S. 221).

c) Eine dritte Korrektur kann endlich noch erforderlich werden, wenn eine Verschiebung des Streifenstems dadurch erfolgt, daß man in Wirklichkeit nicht mit einem ideal parallelen Lichtbündel arbeitet, sondern daß dieses auch Strahlen mit geringer Neigung enthält. W. von IGNATOWSKY [41] hat die Abhängigkeit des Meßfehlers von der Lage und Form der Lichtquelle dienenden Blende in dem Ksterschen Interferenz-Komparator eingehend untersucht.

Für eine runde Öffnung mit dem Radius r in der Bildebene des Objektivs der Brennweite f ergibt sich z. B. bei symmetrischer Lage unter Bedingungen, die im allgemeinen erfüllt sind, als Korrektur für die Länge des Endmaßes der Betrag

$$c' = \frac{l}{4} \left(\frac{r^2}{f^2} - \frac{\lambda^2}{4f^2} \right) \quad (12)$$

Darin ist η der Abstand der Streifen auf dem Endmaß (alle Größen in mm). Das erste Glied, das im allgemeinen weit überwiegt, ist in Übereinstimmung mit

¹ Bei CANDLEY [2] findet sich als Mittelwert für die 4 Cd-Linien $A = 273,870$, $B = 0,386834$, $C = 0,04940$ und $\alpha = 0,003674$. Bei BOUVERET [38] ist die Größe der einzelnen Konstanten für verschiedene Wellenlängen, darunter auch für die Cd-Linien angegeben. Vgl. auch [33] und Fußnote 2 von S. 562.

SCHULZ [42]. Der Korrekturwert setzt sich bei Benutzung einer virtuellen Vergleichsebene aus zwei Beträgen derselben Form zusammen, die je nach deren Lage verschieden sein können. Unter ungünstigen Bedingungen (sehr kleiner Streifenabstand) tritt hier schon eine λ -Abhängigkeit auf, die bei genauen Messungen zu berücksichtigen ist. Durch asymmetrische Lage der runden Blende, bei Benutzung eines langen Spaltes, vor allem, wenn dieser unsymmetrisch ist, ändert sich aber der Ausdruck, was eine starke λ -Abhängigkeit zur Folge haben kann¹. Durch Wahl einer möglichst geringen Apertur der benutzten Bündel und sorgfältige Justierung läßt sich im allgemeinen diese Einwirkung, insbesondere bei kürzeren Längen, so klein halten, daß sie nicht mehr störend in Erscheinung tritt.

Beim Fehlen einer Wellenlängenabhängigkeit sind natürlich die einzelnen vorgenannten Korrekturen nicht an den Bruchteilen, sondern an dem aus der entsprechenden Bruchteilreihe folgenden Wert für die Länge anzubringen. Außerdem ist dann noch der Temperatur-Einfluß auf die Länge des Endmaßes zu berücksichtigen und gegebenenfalls die Anpressschicht, falls das Endmaß auf einer Stahl- oder Quarzplatte angesprengt wurde.

7. Zusammenfassung

Trotzdem interferentielle Längenmessungen, insbesondere die üblichen Messungen von Endmaßen, im allgemeinen mit genügender Genauigkeit und Sicherheit durchgeführt werden, schien es im Hinblick auf eine Steigerung der Meßgenauigkeit und eine evtl. Erweiterung der Meßmöglichkeiten nützlich, eine genauere Analyse des Meßvorganges vorzunehmen. Das bei wurde vor allem Wert auf die Betrachtung der Fehler der einzelnen Bruchteilmessung gelegt. In Verbindung damit zeigt sich, daß photographische Verfahren besondere Vorteile bieten.

Auch hier möchte ich nicht verfehlen, meines früheren, gefallenen Mitarbeiters G. GRABERT zu gedenken, der mich bei den ersten Versuchen und Überlegungen tatkräftig unterstützt hat. Für die Durchführung einiger Rechnungen bin ich Frau G. SCHRÖDER zu besonderem Dank verpflichtet.

Literatur: [1] KSTERS, W.: *Feinmechanik* 1, 2, 19, 39 (1922). — [2] CANDLEY, C.: *Modern Interferometers*, Hilger & Watts Ltd., London (1951). — [3] BRUCE, C. F. and FINDLAY, V. R.: *J. Scient. Instr.* 30, 297 (1953). — [4] PULFRICH, C.: *Z. Instr.kde.* 13, 365, 401, 437 (1893). — [5] BENOIT, M. R.: *J. de phys.* 3^e sr. 7, 57 (1898). — [6] KSTERS, W.: *Kap. i. Hdch. d. phys. Optik*, herausgeg. von E. Gehrcke, Bd. I, J. A. Barth, Leipzig (1927). — [7] BERNDT, G.: *Grundlagen und Geräte technischer Längenmessungen*. 2. Aufl., Springer, Berlin (1929). — [8] MNCH, G. C.: *Wiss. Z. Martin-Luther-Univ. Halle-Wittenberg* 2, 631 (1952/53). — [9] MNCH, G. C., O. BÖTTCHER u. U. ZORLL: *Längenmessung und Brechzahlbestimmung mit Lichtinterferenzen*, Fachbuchverlag, Leipzig (1954). — [10] LÖWE, F.: *Interferenzmegerte und -Verfahren*, VEB-Verlag Technik, Berlin (1954). — [11] LEINWEBER, P.: *Taschenbuch der Lngenmetechnik*, Springer, Berlin/Göttingen/Heidelberg (1954). — [12] PIETZSCH, H.: *Dissertation* T. H. Dresden (1928). — [13] KOHLRAUSCH, F.: *Praktische*

¹ Für den Fall der kreisförmigen Blende läßt sich die explizite Formel (12) als Ergebnis der Integration mit Hilfe der LOMMELSchen Integrale (unter bestimmten Voraussetzungen) hinschreiben. Dagegen erhält man für die verschiedenen Fälle einer spaltförmigen Öffnung ein Resultat nur nach Ausrechnung der einzelnen Größen mittels FRESNELSchen Integrale. Eine nähere Erörterung würde hier zu weit führen.

Physik, Bd. I, S. 403, B. G. Teubner, Stuttgart (1955). — [14] BARRELL, H.: J. Opt. Soc. Amer. **41**, 295 (1951). — [15] Joint Commission for Spectroscopy; J. Opt. Soc. Amer. **43**, 410 (1953). — [16] priv. Mitteilg. von Herrn Dr. Schmidt (1948). — [17] Druckschrift 268/D d. Fa. Hilger & Watts, London (1952). — [18] Druckschrift 06-201-d d. Fa. C. Zeiss, Oberkochen (1954). — [19] KÖSTERS, W.: Werkstattstechn. u. Werksleiter **32**, 527 (1938). — [20] HONKASALO, T.: Veröff. Finn. Geod. Inst. Nr. 37 (1950). — [21] LANDWEHR, R.: Z. Instr.kde. **62**, 73 (1942). — [22] BURNS, K. and K. B. ADAMS: J. Opt. Soc. Amer. **46**, 94 (1956). — [23] LANDOLT-BÖRNSTEIN: Zahlenwerte u. Funktionen . . . , 6. Aufl., I. Bd., 1. Teil, S. 88, 105, Springer, Berlin/Göttingen/Heidelberg (1950). — [24] SEARS, J. E. and H. BARRELL: Proc. Roy. Soc. A **139**, 202 (1933). — [25] STILLE, U.: Messen u. Rechnen in der Physik, Vieweg, Braunschweig (1955), S. 301. — [26] Instrum. Pract. **6**, 156 (1954). — [27] BROWN, D. S.: Nature, Lond. **173**, 443 (1954). — [28] MÜHLENFORDT, J.: Verh. Dtsch. Phys. Ges. (3) **19**, 39 (1938). — [29] ZORLL, U.: Optik **9**, 449 (1952). — [30] KRUG, W. u. E.

LAU: Feingerätetechnik **1**, 391 (1952). — [31] KRUG, W.: Feingerätetechnik **3**, 387 (1954). — [32] PETERS, J. and G. STRO: J. Opt. Soc. Amer. **43**, 668 (1953). — [33] BARRELL, H.: J. E. SEARS: Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. A **238**, 1 (1939). — [34] GIGAS, E.: Ber. 10. Gen.-Vers. Internat. Union Geod. Geophys. Rom (1954). — [35] WEBER, A. P.: Phys. Z. **29**, (1928). — [35a] BARNES, D. C. and M. J. PUTTOCK: The *Chimist*, Dec. 12 (1953). — [36] Druckschrift CH 396 d. Hilger & Watts, London (1955). — [37] PÉARD, A. et L. M. DET: Trav. Mém. Bur. internat. Poids Mes. **17**, (1927). — [38] BOUVERET, H.: Les Applications industrielles des interférences, Desforges, Paris (1949). — [39] MÜHLIG, F.: Vergeod. Inst. Potsdam Nr. 2, 28 (1949). — [40] PFESTORF, Ann. Phys. (4) **81**, 906 (1926). — [41] v. IGNATOWSKY, V. Einfluß der Form und der Lage der Lichtquelle bei den Messungen mit dem Interferenzkomparator nach Kösters (rus.) Moskau (1935). — [42] SCHULZ, G.: Ann. Phys. (6) **14**, 177 (1952).

Dr. RUDOLF LANDWEHR, Menden/Sauerland

Buchbesprechungen

Doetsch, G.: **Handbuch der Laplace-Transformation**. Band II. Anwendung der Laplace-Transformation. 1. Abteilung. Basel: Verlag Birkhäuser 1955. 436 S., 48 Abb. DM 56.15.

Der lang erwartete 2. Band des Handbuches der LAPLACE-Transformation, dem noch ein dritter folgen wird, ist endlich erschienen. Er bringt Anwendungen der LAPLACE-Transformation in Mathematik und Technik; der 1. Teil ist dem Gebiet der asymptotischen Darstellung gewidmet; er zeigt, wie die größte Zahl der bekannten asymptotischen Methoden (u. a. auch die Sattelpunktmethode) aus der LAPLACE-Transformation hervorgeht. Dann folgt im Abschnitt über die Behandlung konvergenter Entwicklungen mittels LAPLACE-Transformation. Der nächste Abschnitt über gewöhnliche Differentialgleichungen im einseitig unendlichen Intervall gibt die moderne Theorie der Einschwingvorgänge, die Anwendung der LAPLACE-Transformation auf Regeltechnik, Stabilität — eine elegante neue Ableitung des Nyquistischen Kriteriums fällt dabei ab — und Netzwerksynthese. Im nächsten Abschnitt wird dann der Fall gewöhnlicher Differentialgleichungen im zweiseitig unendlichen Intervall unter Anfangs- und Randbedingungen durchgezogen und anschließend das Gebotene auf Differentialgleichungen mit variablen Koeffizienten im Original- und Bildraum der LAPLACE-Transformation erweitert.

Diese kurze Übersicht gibt nur einen unvollkommenen Eindruck von der Reichhaltigkeit des Inhalts, der dem wissenschaftlich arbeitenden Elektrotechniker, Physiker oder Mathematiker eine Fülle des Wichtigen, Interessanten und Nützlichen bietet. Die Darstellung ist exakt und so klar, daß die Lektüre und das Studium des Buches als ein ästhetischer Genuß bezeichnet werden kann. Man erwartet mit Ungeduld den dritten Band des Handbuches, der dieses einzig dastehende Standardwerk abschließen wird. Die Ausstattung ist, wie bei Birkhäuser üblich, ausgezeichnet.

G. ECKART.

Techniques générales du laboratoire de physique. I. Band, 2. Auflage. Herausgegeben von J. SURUGUE, Vorwort von F. JOLIO-CURIE. Paris: Service des Publications du CNRS 1955. VIII, 671 S. mit 522 Abb. Ganzl. 2400.— Frs.

Das im photomechanischen Verfahren gedruckte Buch ist am besten als „großer Angerer“ gekennzeichnet. Die experimentelle Technik der einzelnen Gebiete ist jeweils von ausgezeichneten Sachverständigen bearbeitet. Kap. I (H. GONDET) bringt wichtige Mechanismen (Kuppelungen, schwingungsfreie Aufstellung usw.), Kap. II (CH. AMATE) gibt eine Anleitung zum Glasblasen, Kap. III (J. SURUGUE) enthält die Vakuumtechnik, Kap. IV (G. RIBAUD und A. MOUTET) bringt viele Einzelheiten zur Herstellung und Messung hoher Temperaturen, z. B. auch Gebläse mit ato-

marem Wasserstoff), Kap. V (A. ARNULF) enthält Angaben zum Aufbau optischer Strahlengänge, Kap. (G. DUFRUY) bringt die Lichtquellen, hier z. B. auch das Fließen von Entladungsröhren mit Alkalimetall, Kap. V (A. LALLEMAND und M. MUNSCH) behandelt die Photozellen, Kap. VIII (H. GONDET) Registriereinrichtungen, Kap. I (M. DEMONTVIGNIER) Strom- und Spannungsregler, sowie Gleichrichter), Kap. X (R. HUCHET) Verstärkertechnik. I. das Buch als Band I bezeichnet ist, kommen Kernphysik und Kältetechnik wohl in einem hoffentlich bald erscheinenden späteren Band. In den hier aufgezählten Gebieten wird das Buch bald ein treuer Begleiter jedes Experimentalphysikers sein. Ein schwieriger Fall ist die Frage der Bezugsquelle. Aus naheliegenden Gründen sind überhaupt keine angegeben, aber wo soll der Leser z. B. den eingehend beschriebenen Nernststift herbekommen? Vielleicht bringen die Verfassers beim nächsten Band doch noch das Opfer, sich Bescherden entsprechend dem „Baedeker-Sternchen“ auszusetzen.

G. Joos.

Gerthsen, Ch.: **Physik**. 4. Aufl. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1956. XV u. 545 S. m. 647 Abb. Geb. DM 29,80.

Endlich ist das seit langem vermißte Lehrbuch der Physik in neuem Gewand wieder erschienen. Das Buch entspricht dem Stoff der zweisemestrigen Einführungsverlesung, wie sie an allen deutschen Hochschulen gehalten wird. Wie selbste heute auch die Darbietung der Grundergebnisse nach Stoffauswahl und Darstellungsart zu einem „Normal“ konvergieren sieht man daran, daß die Vorlesung des Berichters (ohne daß je eine direkte Gedankenverbindung bestanden hätte), sich zu einem großen Teil mit dem Inhalt deckt. Die heutigen einführenden Darstellungen der Physik unterscheiden sich von den älteren durch einen viel weitergehenden Gebrauch der mathematischen Formulierung, die einen unentbehrlichen Teil der Physik ausmacht. Auch die Vektoralgebra wird schon früh in der Mechanik verwendet, da nun einmal die Welt der Physik räumlich dreidimensional und nicht linear ist. Bei der so möglichen konzentrierten Darstellung ist der gebührende Platz für die Atom- insbesondere auch die Kernphysik, die glänzend dargestellt sind, geschaffen. In der Stoffauswahl sind trotz aller Konvergenz (glücklicherweise!) noch Verschiedenheiten des Geschmacks vorhanden. Eines möchte der Bericht der Verfasser doch für eine Neuauflage zur Aufnahme ans Herz legen: Die Kopfweile, die leicht da zustellen ist und sich wie ein roter Faden von der Bugwelle des Schiffs bis zur Cerenkov-Strahlung durch die ganze Physik zieht. Wenn auch das Buch als Einführungsbuch für die Studenten geschrieben ist, so wird doch auch der ältere Physiker und Ingenieur einen großen Gewinn von seiner Lektüre haben, die ein wissenschaftlicher Genuß ist.

G. Joos.